UNA CURIOSIDAD IMPORTANTE DEL ANÁLISIS

POR D. MANUEL HERRERA.

Se sabe que

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} mx}{x}\,dx = \pm\frac{\pi}{2}\,{}^{*}, \tag{1}$$

según que m sea positivo ó negativo. Si hacemos $m = a + b$, siendo a y b números positivos, tendremos

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} ax \cos bx + \cos ax \operatorname{sen} bx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}, \tag{2}$$

y si hacemos $m = a - b$, será

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} ax \cos bx - \cos ax \operatorname{sen} bx}{x}\,dx = \pm\frac{\pi}{2}, \tag{3}$$

según que a sea mayor ó menor que b. Sumando las ecuaciones (2) y (3) miembro á miembro, y dividiendo luego por 2, resulta

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} ax \cos bx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2},\ \text{ó},\ = 0, \tag{4}$$

según que a sea mayor ó menor que b. El caso de ser $a = b$ se puede considerar como límite de cualquiera de los otros dos; por consiguiente, en él la integral tiene los dos valores $\frac{\pi}{2}$ y 0. Pero considerando que en este caso dicha integral se reduce á $\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} 2\,ax}{x}\,dx$, podemos aplicar la fórmula (1) haciendo $m = 2\,a$, y resulta para valor de ella $\frac{\pi}{4}$. De modo que cuando $a = b$ tenemos

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} ax \cos bx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}, = \frac{\pi}{4}, = 0,$$

ó bien

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} 2\,ax}{x}\,dx = \pi, = \frac{\pi}{2}, = 0,$$

lo que equivale á decir que la integral (1) tiene también estos tres valores.

* Puede verse Serret, *Cálculo integral*, número 494.

He aquí el caso curioso de una integral definida que tiene tres valores siendo la función explícita y de un solo valor para cada uno de la variable x con respecto á la cual se integra. Vamos á ver si nos damos cuenta de este resultado de una manera bien clara.

Sea la función $y = \operatorname{sen} x$, si la referimos á un sistema de coordenadas rectangulares, representa una sinusoide tal como la de la figura 3. La expresión $\int_0^x \operatorname{sen} x dx$ representa según se sabe el área comprendida entre la curva el eje de las x y las dos ordenadas correspondientes á los valores 0 y x de la abcisa; de estas dos ordenadas, la primera es nula. Hagamos

$$(5) \qquad A = \int_0^x \operatorname{sen} x dx = 1 - \cos x ;$$

las porciones a, c, ... de A son positivas, las b, d, ... negativas, y, como todas tienen el mismo valor absoluto, se van destruyendo entre sí; de

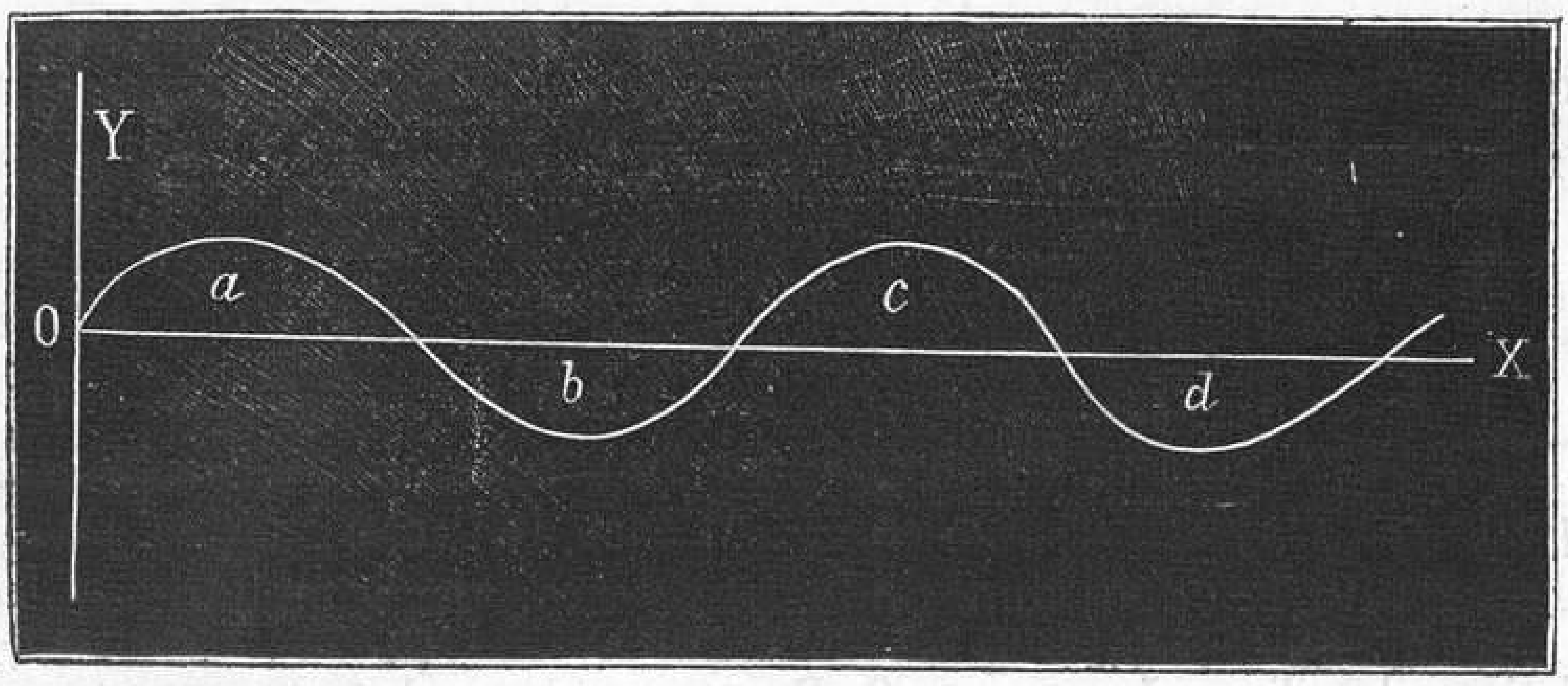

Fig. 3.—Sinusoide.

modo que, para los valores de x múltiplos de la circunferencia A es nula, y si hacemos crecer x de uno de esos valores al inmediato superior, la función A empieza por crecer, llegando á su máximo cuando el incremento de x es media circunferencia, y desde este momento decrece, porque se le agrega un área negativa creciente, hasta que al fin vuelve á ser nula. El valor absoluto de cada una de las porciones a, b, c, d ...., y máximo de la función A, es 2, según se ve inmediatamente en lo fórmula (5).

Según todo esto, cuando x crece indefinidamente, A oscila entre 2 y 0 también indefinidamente, luego su límite es indeterminado, aunque comprendido asimismo entre 2 y 0.

Análogos resultados encontraríamos tratándose de la función $y = \operatorname{sen} mx$, sólo que aquí cada valor de sen mx corresponde á un valor de x que es igual al que antes le correspondía dividido por m; para iguales valores de la ordenada, los de la abcisa quedan todos reducidos ó amplificados en la relación de m á 1, lo mismo ocurre á las cantidades análogas á las a, b, c, d .... que quedan, por consiguiente, iguales entre sí; luego el valor análogo del de A

oscila indefinidamente entre $\frac{2}{m}$ y 0, sin límite determinado. El valor de la integral es en este caso

$$\int_0^x \operatorname{sen} mx\, dx = \frac{1 - \cos mx}{m}.$$

No ocurre otro tanto cuando la función de que se trata es $y = \frac{\operatorname{sen} mx}{x}$, porque aquí todas las ordenadas son iguales á las de la función anterior divididas respectivamente por sus abcisas correspondientes; amplificadas al principio mientras $x < 1$, pero reducidas luego indefinidamente, y tanto más cuanto más avanzadas se consideren, tal como se representa en la figura 4. Las porciones a, b, c .... son cada vez más pequeñas, y sus áreas, siéndolo también, y siendo alternativamente positivas y negativas, constituyen una serie convergente cuya suma es $\frac{\pi}{2}$ según la fórmula (1). La curva trazada de línea llena en la figura 4 se refiere al caso de m positivo; si fuese negativo,

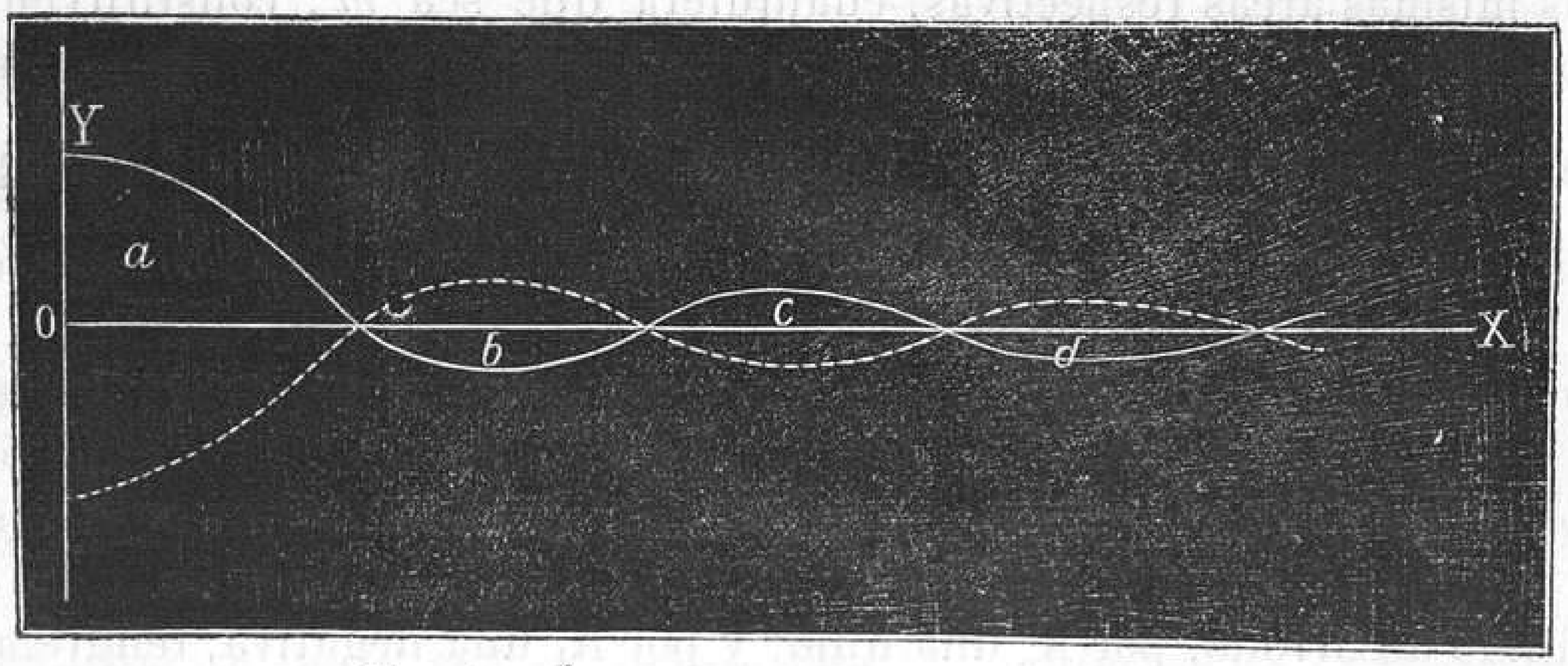

Fig. 4.—Área con límite determinado.

todas las ordenadas invertirían su signo, así como las áreas de las porciones a, b, c .. .... La curva, sería en este caso, la representada de puntos en la misma figura 4, y el límite de su área sería $-\frac{\pi}{2}$.

El valor de esta integral función de x se puede obtener por medio de una serie convergente. En efecto es sabido que

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{2.3} + \frac{x^5}{2.3.4.5} - \frac{x^7}{2.3.4.5.6.7} + \dots\dots\dots$$

cambiando x en mx, dividiendo luego todo por x, multiplicando por dx é integrando resulta

$$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} mx}{x} dx = mx - \frac{m^3x^3}{2.3^2} + \frac{m^5x^5}{2.3.4.5^2} - \frac{m^7x^7}{2.3.4.5.6.7^2} + \dots\dots\dots$$

serie siempre convergente cualquiera que sea x, pero que adquiere forma indeterminada para $x = \infty$.

Lo que ante todo llama la atención, es que el valor de la integral (1) no dependa del de m y sí solo de su signo, y este es el orígen de todas las curiosas propiedades de que hemos hablado; pero esto se explica muy fácilmente. En efecto, supongamos que m se cambia en nm; los valores del seno que antes correspondían á x, ahora corresponden á $\frac{x}{n}$, y por consiguiente, vienen divididos por $\frac{x}{n}$ y no por x, con lo cual los cocientes resultan multiplicados por n. Según esto, si consideramos las porciones a, b, c........ del área total divididas en elementos por medio de ordenadas, podremos pasar de la curva que corresponde al primer valor de m á la que corresponde á nm, multiplicando todas las ordenadas por n y dividiendo todas las abcisas por n, con lo cual los elementos de abcisas quedan también divididos por n, y de este modo, las áreas elementales no alteran, puesto que sus bases varían inversamente á sus alturas respectivas.

De esto resulta que las referidas porciones a, b, c .... conservan siempre las mismas áreas respectivas, cualquiera que sea m; constituyen, pues, siempre la misma serie indefinida, cuya suma es, por consiguiente, constante.

Se ve, pues, que la integral en cuestión, conservando su valor absoluto $\frac{\pi}{2}$, cambia de signo con m; mas, para $m = 0$, como sen mx es constantemente nulo, la integral también lo es.

En la ecuación (2) el valor $a + b$ de m siempre es positivo; en la (3) el valor $a - b$ es positivo, nulo ó negativo según que a sea mayor igual ó menor que b. Ahora bien, representemos por A y A' dos de las áreas positivas, como la de la figura 4, correspondientes á dos valores diferentes de m y en todo su indefinido desarrollo, por A_0 una nula, y por A_1 una negativa, tendremos

$$A = \frac{\pi}{2}, \; A' = \frac{\pi}{2}, \; A_0 = 0, \; A_1 = -\frac{\pi}{2}.$$

Si sumamos la primera de estas áreas, que representa la de la fórmula (2), sucesivamente con cada una de las otras, que representan los distintos casos de la (3), y dividimos luego por 2, todo tal como al principio hemos hecho, tendremos

$$\frac{A + A'}{2} = \frac{\pi}{2},$$

$$\frac{A + A_0}{2} = \frac{\pi}{4},$$

$$\frac{A + A_1}{2} = 0,$$

que son los tres valores que allí hemos encontrado para el caso de ser a y b

números positivos. Si ambos fuesen negativos, los valores resultantes serían $-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}$ y 0. No necesitamos ocuparnos del caso en que a y b tengan signos contrarios, porque recae en uno de los anteriores cambiando la suma en resta y vice-versa.

De la ecuación (4), dividiendo los dos miembros por $\frac{\pi}{2}$, poniendo en lugar de x, α, y en lugar de b, x, se deduce

$$F = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} a\alpha \cos \alpha x}{\alpha} d\alpha = 1\,,\ \text{ó}\,, = 0$$

según que sea x menor ó mayor que a. Tenemos, pues, en esta integral una función de x que vale constantemente 1 hasta el valor de $x = a$ de la variable y que después es constantemente nula. Si en lugar de hacer variable b y de reemplazarla por x, hacemos eso mismo con a, resulta

$$F' = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} \alpha x \cos b\alpha}{\alpha} d\alpha = 1,\ \text{ó},\ = 0,$$

según que x sea mayor ó menor que b. Multiplicando estas dos fórmulas se encuentra

$$FF' = 1,\ \text{ó}\,, = 0\,,$$

el primer valor para los valores de x comprendidos entre b y a, suponiendo esta mayor que aquella, y el segundo para todos los demás valores de x.

La función FF' de x nos suministra un recurso precioso en el análisis, puesto que, multiplicando por ella otra función cualquiera, nos permite cortarla, digámoslo así, por los dos límites positivos que nos convenga, dejándola anulada, fuera de esos límites sin que deje de ser función de x [1]. Fácilmente se ven las modificaciones que habría que introducir en el caso en que el menor ó los dos referidos límites no fuesen positivos.

He creído que valía la pena de tratar de presentarlo bien claro, este asunto muy curioso, un tanto abstruso y de gran importancia en algunas aplicaciones de las ciencias exactas.

SOBRE EL ESPÍRITU DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS TIEMPOS MODERNOS *

POR D. LAURO CLARIANA Y RICART.

Catedrático en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.

La ciencia aunque basada en principios sólidos é incontrovertibles, puede manifestarse bajo formas diferentes y complicadas, que cual ondas que se cruzan y entrelazan, envuelven ciertos puntos que constituyen los axiomas y postulados de la misma.

La Matemática se halla en este caso más que otra ciencia alguna; sus formas son tan varias y complejas, que procuran en ciertos momentos aun el desaliento de quien las cultivara, pues no parece sino que un vértigo indescifrable mueve á

1 Los factores de estas condiciones han sido llamados *restrictores* por Cauchy.

* Este trabajo, cuyo manuscrito original acaba de remitirnos nuestro estimado amigo Sr. Clariana, fué presentado en el Congreso internacional de Católicos celebrado ultimamente en París.

los matemáticos modernos á inventar nuevos métodos así como algoritmos propios y caprichosos.

Cual rio impetuoso que sale de madre, así se extiende dicha ciencia por toda la faz de la tierra desde su renacimiento; y al tiempo que los genios se ocupan de ella, forma patrimonio también de ciertos innovadores que movidos por su orgullo é insipiencia, procuran sistemas y métodos sin cuento: unos perjudiciales y aun ridículos; otros sin importancia alguna, los cuales todos, moviéndose solo por la corteza de ese árbol frondoso y gigantesco del humano saber, no llegan á alcanzar jamás su médula.

Urge, pues investigar la red de caminos que se ofrecen á la vista del científico, á fin de armonizarlos y evitar en algún modo que se ande por donde la verdad pueda correr el inminente peligro de perderse.

I.

Permítasenos que al principiar este trabajo descendamos á las nociones más fundamentales de la ciencia de la cantidad, inspirándonos en las doctrinas de los más insignes matemáticos, á fin de que estas sirvan de medida para aquilatar las diferentes y variadas escuelas de nuestros tiempos modernos. Comencemos pues, por la definición más general que puede concederse á la Matemática en el supuesto de ser una serie de conocimientos científicos relativos á la cantidad, unidos estrechamente entre sí, y cuyas nociones se fundan en verdades potísimas que la razón es capaz de descubrir sin necesidad del mundo externo, pero que pueden confirmarse por él en los límites que la experimentación permite. Dicho se está que la verificación empírica de una ley matemática puede ser rigurosa ó aproximada; en efecto, si se trata de comprobar que las medianas de un triángulo se encuentran en un mismo punto, resulta una verificación empírica aproximada; si se propone afirmar el principio de Euler respecto á los poliedros regulares, la verificación empírica es completamente exacta.

En la exposición de la doctrina matemática, hállanse además ideas fundamentales, que constituyen su parte filosófica; tales son las nociones de cantidades negativas, imaginarias é infinitesimales. Negar la existencia de esas cantidades porque no podemos hacerlas descender de la altura en que se hallan, ó porque no las podemos sujetar al *experimentum crucis* de Bacon, equivale á no creer en la belleza de las artes porque no la podemos tocar. El objetivo principal de esta parte de las matemáticas es distinguir el orden y la dependencia racional de ciertas verdades abstractas, á fin de que desde este punto elevado, el espíritu contemple el cuadro perfecto de la ciencia, y en su virtud al aceptar tal ó cual encadenamiento de proposiciones, decida del esquema para la construcción de dicha ciencia, obedeciendo siempre á su mayor orden y conexión.

Con todo no debe confundirse jamás la filosofía Matemática con la ciencia que podríamos quizá designar bajo el nombre de positiva; ésta tiene por objeto, en general, establecer demostraciones lógicas comprobadas por la experiencia, definición más que suficiente para convencerse del error en que se halla Vico, cuando dice: «Demostramos las verdades geométricas porque las hacemos.» El doble concepto que hemos asignado á la ciencia Matemática, nos salva de ataques semejantes. En ella debe atenderse al modo de ser de las cosas reales, además de lo que podríamos llamar el *organum*, formado con anterioridad por nuestras facultades intelectuales. Esta condición le procura un lugar preferente entre todas las demás ciencias, pues si bien en las físicas y naturales por medio de la inducción generalizamos los resultados de la experiencia recabando conocimientos ciertos, jamás esta certeza alcanza el grado de la de un simple teorema de geometría. Empero á pesar de ser tan varios los elementos con que cuenta la Matemática, su tendencia á la unificación se hace cada día más visible, como así lo prueban los bellísimos conceptos de Descartes y Leibnitz, brillantemente expuestos por M. Poinsot, cuando dice: «La idea de orden bajo la cual se subordinan las específicas de situación, de configuración, de forma, de combinación, debe ser la predominante, seguida dela de grandor, que implica la de cantidad, de proporción y medida. De suerte que la Matemática considerada del modo más general, puede ser definida como la ciencia que tiene por objeto el orden y la medida [1].»

Bien podemos decir pues, que el orden y la medida forman sus categorías fundamentales: dualidad que si apretáramos el argumento podría reducirse á la unidad, según el concepto de Leibnitz, cuando indica que el orden de los fenómenos simultáneos está en el espacio, así como en el tiempo, el orden de los fenómenos sucesivos; resultando de aquí que toda especulación matemática, se reduce á la única idea de orden, si el espacio y tiempo son sus factores: unidad sistemática dentro de su génesis.

Sigamos á Poinsot:

«Si considerais el álgebra, descubrireis dos partes muy distintas. De momento, el álgebra ordinaria que puede muy bien llamarse aritmética universal. Esta álgebra en efecto, no es más que una aritmética generalizada, es decir, de números particulares á números cualesquiera, y por consiguiente extendida de operaciones actualmente ejecutables á operaciones que no se haya más que indicar por signos.

Empero hay otra álgebra superior que descansa toda entera en la teoría del orden y de las combinaciones, y que se ocupa de la naturaleza y de la composición de las fórmulas consideradas en ellas mismas, como puros símbolos y sin ninguna idea de valor ó cantidad. A esta parte debe llevarse la teoría profunda de las ecuaciones, la de las expresiones imaginarias, y todo el arte de la ciencia; esta parte es la que merece propiamente hablando, el nombre de álgebra.»

En vista de esos preliminares cabe deducir el cuerpo de doctrina á que ha de sujetarse la ciencia Matemática para desarrollarse bajo base sólida é imperecedera, y para ello supondremos: 1.° Que los grandores representados por las letras ó los símbolos algebráicos, sean susceptibles de crecer ó decrecer de una manera contínua; 2.° Que los signos + y —, sean considerados como signos resultantes de dos operaciones ó combinaciones perfectamente simétricas. Mas para la realización de los precitados principios requiérese que las cantidades representadas por los símbolos algebráicos y afectos de los signos de operaciones, entren no solo en categoría de grandores contínuos á unidad arbitraria [2], sino en clase de grandores contínuos á orígen también arbitrario [3]. En este supuesto, la diferencia de valores reales positivos y negativos, no se debe atribuir al álgebra, sino que tiene su fundamento en la naturaleza de los grandores á orígen arbitrario; no sucede lo mismo respecto á las cantidades imaginarias, pues la consideración esencial de esta clase de valores es puramente algebráica, en tanto que dicha álgebra procede de la teoría abstracta de la combinación y del orden, constituyendo dichas condiciones el diapasón normal de todas las demás notas y tonos que se refieren al espacio y tiempo.

Después de estos breves apuntes científicos, bajo los cuales debe basarse el desarrollo de la Matemática en su parte más fundamental, fuerza es abrir el gran libro de la historia para que del estudio de sus principales páginas, quepa el deducir todos los extremos que en esta Memoria van consignados.

En tiempo de los filósofos griegos inaugúranse á la par algunos estudios matemáticos, bien que con tendencia á la geometría. Fuerza es confesar, no obstante que en esa época realizáronse trabajos que han contribuido poderosamente al desarrollo de la Matemática moderna. En efecto, por medio de figuras á tres dimensiones, hállanse ya simples consecuencias para la geometría plana; Pappus, par-

1 Poinsot.—Reflexions sur des principes fundamentaux de la theorie des nombres, p. 5.
2 Orígen de las cantidades inconmensurables.
3 Orígen de las cantidades negativas.

tiendo de una superficie helizoidal, y como proyecciones de ciertas curvas alabeadas, describe la espiral de Arquímedes y la cuadratriz de Dinostrato. Arquímedes establece los fundamentos del cálculo infinitesimal, que tan fecundos resultados debían dar luego en manos de Newton, Leibnitz y Euler; Apolonios, sienta los principios de la geometría de posición en su parte métrica. Y la preciosa idea de Descartes respecto al orden y proporción, asoma ya en los labios de Aristóteles. Con estos principales descubrimientos se cierra el primer período de la Matemática para dar lugar á un paréntesis de algunos siglos, y quizá se hubiera perdido dicha ciencia para nosotros si los árabes no cuidaran de transmitir al occidente, los conocimientos de la antigüedad. Empero al llegar el siglo XV, opérase una gran revolución europea, y después del segundo período que podríamos llamar de simples traductores de obras griegas y latinas, inaugúrase el tercero y cuarto, los cuales juntos con el siglo actual podemos designar bajo el nombre de período de las matemáticas modernas.

A raíz del tercer período, la tendencia á la generalización aumenta cada vez más: Vieta Fermat y Descartes al tomar nuevos puntos de vista, originan una grande revolución dentro del terreno de la cantidad, sellando así dicho tercer período. El álgebra y la geometría desarróllanse primero en Italia, trabajando con entusiasmo los distinguidos Scipio, Ferrei, Tartaglia, Cardan, Bombelli, para alcanzar la resolución de las ecuaciones de 3.er y 4.º grado; en Francia, Vieta perfecciona muchas ramas particulares del álgebra, enseñando á resolver gráficamente la ecuación de 3.er grado, de la cual depende la solución de los famosos problemas de la antigüedad. Descartes por otra parte, aplica el álgebra á la geometría, y forma la célebre geometría analítica. Por fin, Pascal y Fermat constituyen los centinelas avanzados de los últimos adelantos en las teorías de la geometría superior y la de los números. Si pasamos á Inglaterra veremos al barón Neper que simplifica los cálculos mediante la teoría de los logaritmos, y al distinguido Harriot que da los principios fundamentales de la composición de ecuaciones, ocupándose luego otros varios ingleses en el estudio de las series.

Llega el cuarto período, y realízase otra nueva revolución, mediante el descubrimiento nunca bastante ponderado de la cantidad infinitesimal, y cuyo derecho de prioridad se disputan Newton y Leibnitz. Hay que advertir que en las dos revoluciones citadas correspondientes á los dos últimos períodos existe una nota común: la variabilidad de la cantidad; bien que en el tercero se conserva el *quantum*, y en el cuarto no. Ahora bien, como el gran secreto de la Matemática consiste en dejar la cantidad en su mayor grado de indeterminación, no cabe duda que los trabajos de Leibnitz y Newton debían ser mucho más fecundos que todos los anteriores.

Así se resuelven problemas complicados, que habían resistido á la antigua geometría y hasta al análisis de Descartes. Los célebres Bernoullis, partidarios acérrimos de la escuela de Leibnitz, ocúpanse de soluciones referente á los isoperímetros, preparando de lejos el método de las variaciones. En realidad de verdad que si buscamos el espíritu científico que domina en esta época, descubriremos que existe como una tendencia hacia la geometría, á pesar de su unión más ó menos estrecha con el análisis. Descartes ya indica como uno de los problemas más interesantes, la determinación de la tangente en un punto de una curva, interesándose en ello varios matemáticos, sobre todo Fermat y Roverbal. Pascal y Desargues, tienden á la par á cultivar la geometría, formando el punto de unión entre la geometría antigua y moderna, ó sea entre Apolonios y Poncelet. Sigue luego Maclaurin con la atracción de los elipsoides, superficies homofocales, todo lo cual procuran transformaciones notabilísimas para el análisis y la resolución de un problema que había constituido por un largo período de tiempo la de sesperación de los matemáticos. Por fin Stewart, Poinsot, Cauchy, D'Alembert, continúan ese movimiento geométrico hasta señalar Poncelet y Dupin las últimas conquistas en esa preciosa rama del humano saber.

Fijados quedan mediante esa rápida reseña histórica, los diferentes puntos de la ciencia Matemática, en los cuatro períodos de la misma, ó sea desde su orígen, hasta á principios del siglo actual; y ello es que bien puede considerarse suficiente este bosquejo para quedar demostrado que el espíritu de la Matemática en los tiempos modernos es geométrico, tendencia que se acentúa aun más en nuestro siglo, que abre sus puertas con dos obras tan importantes como las de Monge y Carnot, las cuales procuran respectivamente notables desarrollos en la geometría infinitesimal y en la geometría proyectiva, que más tarde adquiere proporciones colosales en manos de Chasles y Poncelet. No cede Inglaterra en ese movimiento hacia la geometría, pues Hamilton da á conocer su célebre teoría de los cuaternions, que es una de las que priva hoy más entre los sabios. También Alemania, pretende desarrollar la geometría bajo bases completamente distintas de los principios euclidianos.

Séanos, pues, permitido hablar á grandes rasgos de ese siglo que nos vió nacer, de ese siglo cuyo movimiento científico parece traspasar los confines de lo posible, cubriendo de celajes el hermoso cielo de la verdad, efecto sin duda de las tristes ideas filosóficas que nos legó el siglo pasado como herencia.

II.

No parece sino que los hombres tienen predilección por todo aquello que mejor se lo abonen los sentidos ó la experiencia, siendo de suyo más fácil de adquirir. Acaso este razonamiento explique la dificultad constante que han presentado las ecuaciones á ser resueltas. Después de los trabajos de Vieta y Harriot, creadores del álgebra moderna en la segunda mitad del siglo XVI y principios del XVII, pocos adelantos se han realizado en este vasto campo del análisis, como no se tengan por tales, los procedimientos de Descartes, Newton, Lagrange, Fourier, Sturm y Gräffe, los cuales han modificado ó reducido el mecanismo, pero sin salirse de los números como así lo corrobora el mismo Lagrange, cuando Lacroix pone en boca del mismo, las siguientes palabras:

«Se puede asegurar de momento que cuando se resuelve de un modo genera una ecuación de 5.º grado, ú otra de grado superior, se obtienen fórmulas algebráicas preciosas, pero muy poco útiles para la resolución efectiva y numérica de las ecuaciones, lo que no nos dispensa de tener que recurrir á métodos aritméticos.»

El bellísimo párrafo que inserta el distinguido matemático el Sr. Merino, en el prólogo de una traducción de la obra de Enke, demuestra también de una manera gráfica lo poco que se ha adelantado en esta parte del análisis; Hélo aquí:

« El problema atacado por cien distintos puntos á la vez, y minado y socavado durante siglos, aguanta todavía el empuje tremendo de la perspicacia y curiosidad, sobreexitadas por tan tenaz resistencia de multitud de sabios empeñados sin tregua ni descanso en derrumbarle. En algunos momentos parece, sí, que vacila y se desmorona; y por algunos sitios diríase también que amenaza inmediata y completa ruina; pero en conjunto, la inmensa mole continúa gravitando sin conmoverse sobre el pobre entendimiento humano, y aplastándole con la irresistible pesadumbre de los misterios y dificultades que encierra. »

Esto nos demuestra de una manera inconcusa los esfuerzos inmensos que debe realizar la inteligencia humana al pretender algún adelanto en el análisis puro. Empero si consideramos el análisis infinitesimal, veremos con sorpresa que adquiere grande vuelo en manos de Cauchy por asociarlo estrechamente con la geometría, dando ello orígen á los conceptos más elevados que hoy se tienen de las funciones en general.

Por esto solo á los métodos geométricos nos atenemos, como quiera que ellos expresen en realidad de verdad el espíritu matemático también de nuestro siglo.

Comencemos, pues, el estudio crítico de sus obras, por las dos notables de Monge y Carnot.

En las investigaciones de Monge, nótanse dos direcciones muy distintas: 1.º Las aplicaciones del cálculo diferencial é integral referentes á los altos problemas de geometría; 2.º El desarrollo de su geometría descriptiva que tiene por objeto ordenar y sistematizar bajo base científica, los conocimientos artísticos de Stereotomia, sombras y perspectiva, según relaciones constantes de posición. La primera parte, ó sea, el análisis aplicado, descansa sobre el empleo de las coordenadas de Descartes. Al estudiar Monge, las grandes cuestiones de curvatura de las superficies, se halla en el caso de enlazar los más bellos conceptos de la geometría superior con las teorías más árduas del cálculo integral [1].

Muchos célebres matemáticos siguen el movimiento de Monge; Meusnier, reduce los radios de curvatura de sección oblícua á los de sección normal; Lancret, estudia las líneas alabeadas en su doble concepto de curvatura, luego las rectas polares, superficies polares, esfera osculatriz y otras ramas relacionadas con las anteriores; Dupin y Malús, trabajan también en el mismo sentido; O. Rodriguez, pretende deducir las líneas y radios de curvatura de una superficie en función de los cosenos de los ángulos que la normal forma con los ejes coordenados, simplificando así los estudios de Monge; Bahillier, halla una curva notable que se designa polar de un punto; Binet, trabaja en las curvas cuya evoluta es la misma curva.

Empero si notables son esos primeros trabajos, quizá aún lo sean más los realizados por los distinguidos Ossiam, Joachimistas, Serret, Picart y Bonnet, llegando este último á sustituir las coordenadas cartelianas por otros variables, que se hallan más ligadas á la forma de la superficie dada; fecundísimo concepto que contribuyó sin duda á la investigación de las superficies isotermas, que dan origen á las coordenadas de Lamé, las cuales se transforman por medio de tres superficies de 2.º grado homofocales, en coordenadas elípticas; reduciéndose éstas luego en polares, y por fin, las polares en tres planos, que son las coordenadas de Monge.

Mas dejemos esta primera parte para entrar en la segunda, ó sea, en la geometría descriptiva, que sin duda debe procurar un nombre imperecedero en la historia de las matemáticas á quien la fundara.

En la geometría ordinaria hay, podríamos decir, cierta vaguedad que no existe en la geometría descriptiva: esta es la ventaja del método de proyecciones. No cabe duda que la tendencia de esa geometría hacia la superior, es notoria, á fin de darle forma científica, y evitar que pueda decirse de ella, lo que dijo Chasles en cierta ocasión. Los trabajos realizados en Alemania y Bélgica son considerables para completar los principios de Monge, al objeto de formar un cuerpo de doctrina completa, resultando que la proyección cónica fundamento de la perspectiva, debe constituir la base de esta ciencia, sintetizada en la gavilla, que es una de las formas geométricas fundamentales correspondientes á las de 2.ª especie, ó doblemente infinitas, como se acostumbra decir.

También entran en esas teorías modernas los principios de correlación, por ser de más alcance en las aplicaciones, que no la teoría homográfica, y de ellos se vale el Dr. Fiedler, además de la razón anarmónica, que forma la base de la homografía según Chasles. El célebre Staud, en su obra «Geometría der Lage» parte sencillamente de la forma armónica derivada del cuadrilátero completo, obteniendo solo asi, resultados sorprendentes. En suma, diremos que las proyecciones de

1 *Feuilles d' Analyse appliquée á la geometrie.*

Monge, se deducen de superficies cilíndricas ó paralelas, mientras que las que acabamos de reseñar, se refieren en tesis general, á proyecciones cónicas ó centrales. Estos nuevos puntos de vista de la geometría descriptiva han dado orígen á nuevas ramas de la misma, siendo una de las más importantes la Axonometría. Muy conocidas son las ventajas que ofrece hoy el estudio de la perspectiva axonométrica para que tengamos aquí que recordarlas. Al atender á un cuarto plano de proyección resulta, según indica muy acertadamente un distinguido profesor, que la superabundancia de elementos, complicada en la apariencia, presta simetría á las construcciones y puede simplificar la solución de algún problema.

Esto nos lleva como de la mano á hablar algun tanto de esa geometría de posición, superior, general, proyectiva, derivada etc. ó como quiera llamarse, que tiende hoy á unirse estrechamente con la geometría descriptiva. Al investigar las obras de nuestro siglo fuerza es considerar la de Carnot, como fuente de las teorías que profesan los más respetables geómetras. Para penetrarse de su espíritu basta leer su disertación preliminar, en donde es de ver la importancia que dá á la idea de análisis de situación concebida por el inmortal Leibnitz, y que magistralmente expone D'Alembert, cuando dice: «Ciertamente que el análisis de situación es una cosa que falta al álgebra ordinaria; es el defecto de este análisis que hace que un problema parece á menudo tener más soluciones de las que debe tener en las circunstancias limitadas en que se considera. Esta superabundancia del álgebra que dá lo que no se pide, es admirable bajo todos puntos de vista. Además es muy conveniente atender á la situación en el cálculo de los problemas, pues esta consideración puede simplificarlos en muchos casos, pero el estado y naturaleza del análisis algebraico, parecen no permitirlo».

Estos pensamientos preciosos expresan el objetivo de Carnot, cuando pretende reducir la diversidad de posiciones de una figura por una simple mutación de signos; á este punto indica los abusos que se cometen al querer generalizar la idea ingeniosa de Descartes acerca de las cantidades positivas y negativas, acabando por sentar los principios siguientes como base de sus investigaciones: 1.º Toda cantidad negativa aislada, es un ser de razón que cuando se encuentra en el cálculo puede considerarse como simple forma algebraica incapaz de representar cantidad alguna real y efectiva; 2.º Una de estas formas algebraicas no es mas que la diferencia de dos cantidades absolutas, en que la mayor pasa á ocupar el lugar de la menor, y ésta el de la mayor. Bajo este supuesto cambia las palabras de cantidades positivas y negativas en cantidades directas é inversas, alcanzando así el estudio de una figura primitiva relacionada con otras que llama correlativas y que por simple mutación de signos puede pasarse de unas á otras; concepto que forma un gran semillero de investigaciones científicas, que procuran según el decir de algún matemático, métodos fecundos y poderosos para salvar algunas dificultades relativas á los porismos de Euclides.

Así se abre en nuestro siglo una nueva era para la geometría proyectiva, dándose á conocer Brianchon que completa el pricipio de Pascal, luego Möbius, Bellavitis, Cremona, Culmann, Reye; y por fin, Zech, Gaskin, Poudra, Fiedler, Staud.

Adviértase que en general las doctrinas sostenidas por esos geómetras, hállanse íntimamente relacionados con la Geometría de Riemann, perteneciente á la escuela de los pseudo-geómetras, última etapa de los pangeómetras; escuela que se separa ya de los principios de Carnot, así como de la verdadera y sana filosofía que debe guiar á una ciencia que por antonomasia se designa bajo el nombre de exacta.

Los nuevos geómetras correspondientes á la escuela trascendentalista ó sean los pangeómetras, á pesar de partir de lo empírico, alcanzan el espacio meta-geométrico de los pseudo-geómetras, donde ni los conceptos, ni la imaginación humana, pueden nada, ni mucho menos la experimentación: consecuencia de suyo bastante anómala. Gauss, Riemann y Lobatschewsky, tratan de crear un sistema geométrico independiente de los axiomas de Euclides sobre las paralelas, y en verdad que no dejan de ser curiosos los párrafos que Stallo copia de esos geómetras, en donde se puede apreciar cual es la fé de los nuevos sacerdotes en la ciencia matemática. Hay quien afirma que los teoremas de Lobatschewsky, Riemann, Helmoltz y Beltrami, forman la única base de la teoría completa y exacta del paralelismo; el entusiasmo llega hasta el punto de exclamar Cliford, que Lobatschewsky es respecto de Euclides lo que Copérnico de Ptolomeo.

Al comparar á los geómetras fácilmente se vé que una linea bien visible distingue á los nuevos de los antiguos ó euclidianos; los modernos parten de lo empírico para remontarse á lo más trascendental; mientras que los partidarios de los griegos parten de axiomas que luego llevan al terreno de la realidad; marcha contraria una de la otra.

Conforme á los principios sentados en nuestro trabajo, débese entender que el paso á la realidad, no es sino por vía de comprobación más ó menos exacta, á fin de que los principios que en nuestra mente formamos, se sujeten á la experiencia, de lo contrario nos viéramos obligados á aceptar la tésis de Vico, cuando dice que demostramos las verdades geométricas porque las hacemos. Siguiendo á los nuevos geómetras se explica que algunos admitan que la suma de los ángulos interiores de un triángulo plano no sea igual á dos rectos; y por ende que la recta sea una circunferencia, lo que andando el tiempo es muy posible que se llegue á sostener que la recta es una línea de forma acaracolada. Quizás por esto D'Alembert, dice: «La definición y propiedades de la linea recta, así como las líneas paralelas, son el escollo y el escándalo de los elementos de la Geometría». No cabe duda que así pueden formarse varias geometrías, tales como indica ya Tilly, en el concepto de poder trazar á una recta desde un punto muchas paralelas, una ó ninguna; geometrías que se designan respectivamente con los nombres de Gauss, de Euclides y de Riemann, siendo esta última la base de la geometría de posición en nuestros tiempos.

Si en nuestros conceptos matemáticos, perdemos la comprobación del mundo real, trabajamos á ciegas, llevando la ciencia por sendas tortuosas y extraviadas, que no ofrecen mas que ráfagas luminosas á manera de efectos de fantasmagoría, que se pierden en medio de noche oscura y tenebrosa. En las ciencias exactas á la par como en las bellas artes, debemos siempre procurar situarnos en la línea de intersección de las dos esferas, representantes del mundo real y del de las ideas.

En fin, una de las últimas conquistas realizadas en el campo de la ciencia matemática, pero también de caracter puramente geométrico es la teoría de cuaternions inaugurada, podríamos decir, por la célebre obra de Bellavitis; y la cual forma luego cuerpo de doctrina en manos de Hamilton. De todos los conceptos ideados hasta hoy, acaso éste, sea el más fecundo y digno de aplauso, pues atiende á los dos elementos que hemos señalado en un principio, ó sea; la situación y medida de la cantidad; algoritmo sintético. El cálculo de los cuaterníons, consiste en establecer dos especies de grandores reales. Uno de ellos constituido por las cantidades numéricas ordinarias; y el otro, formado por grandores que reunen los dos atributos de longitúd rectilínea y de dirección definida, dando orígen á lo que se llama vector.

Iniciado el movimiento, lo siguen otros célebres matemáticos, tales como Hankel, Romer, Keland, Tout, Hoüel, Wood, Scheffler, Cliford, Laisant, Lowell, Stringam, etc. El gran principio de esta teoría consiste en que todas las rectas iguales, paralelas y dirigidas en el mismo sentido, son susceptible de ser representadas por un mismo símbolo, que depende de tres elementos numéricos, conforme á la diferencia de las tres coordenadas respectivas de los puntos extremos de una recta dada; la recta así dirijida constituye un vector, lo que constituye el fundamento de la verdadera igualdad en esta nueva matemática, que á pesar de su importancia tiene el defecto de que sus notaciones desgraciadamente varían más de lo que debieran para la buena unificación de la ciencia. En esta teoría no solo puede estudiarse la variable de Descartes, sino también la cantidad infinitesimal al estilo de Newton y la geometría superior en sus relaciones anarmónicas y transversales [1]; siendo notables sus múltiples aplicaciones en la rectificación de curvas, cuadratura de superficies, cubatura de cuerpos, y sobre todo en la hidrodinámica, teoría de la electricidad, cálculo potencial etcéra. Hamilton prueba que su método comprende como caso particular del mismo, los procedimientos de Grassmann, y los de Möbius en el cálculo barycéntrico; alcanzando hasta el estudio de las curvas y superficies de 2.º y 3.er orden.

III.

Muy rápido ha sido el viaje que hemos realizado por el vasto campo de la matemática moderna; los estrechos límites de una simple memoria, no han permitido decirlo todo, ni siquiera desarrollar como se debieran las teorías principales; empero lo cierto es que lo expuesto debe ser suficiente para descubrir en el desenvolvimiento de la ciencia que nos ocupa, la tendencia del espíritu matemático hácia la geometría, como si por este camino creyera el hombre, más asequible el poder asirse á ese fantasma que persigue de contínuo, y que siempre se le escapa de las manos; quizá la desesperación ha fulminado en la mente del mismo esos sistemas ridículos, que son rechazados aun por el sentido común.

Notorio es que los conocimientos matemáticos aumentan de día en día, generalizándose bajo las verdaderas bases del orden y la medida, á cuyo movimiento responde la notable teoría de los cuaternions; mas la falta de conmutabilidad en los factores, á parte del cúmulo de signos caprichosamente adoptados en las diferentes obras influye poderosamente para que dicha teoría no se acepte sin alguna desconfianza; y si bien grandes son ya sus aplicaciones en la física-matemática, cabe sospechar que esa vía no sea la más expedita ni la más perfecta para la consecución del fin propuesto en la ciencia de la cantidad. —El ropaje huelga para tal Señora. —

La ciencia que necesita muchas palabras ó muchos signos para darla á conocer, prueba que, ó lo que sostenemos no es verdad, ó que no hemos dado con el verdadero camino que debe procurar su desarrollo. En la Matemática existe un como ser misterioso, que impulsa al hombre buscar el mayor grado de indeterminación en las cuestiones; pero desgraciadamente los medios con que cuenta no responden á sus conceptos; la palabra discontínua, digámoslo así, debe servir para expresar la continuidad de la idea; los signos y algoritmos de suyo harto vagos y pesados, no siempre siguen al pensamiento, todo lo cual detiene su mano no pocas veces, obligándole á dejar la obra emprendida, como así resultó en la magnífica concepción de Lagrange, referente á la teoría de las variaciones.

El vértigo, no obstante, que se nota en los tiempos modernos, corrobora que se desea ardientemente recabar ese procedimiento único y verdadero, que debe conducirnos con seguridad y sencillez, lo mismo á los alrededores de los puntos donde están situados los axiomas, que á los puntos más lejanos de los diferentes círculos que envuelven los primitivos. Los trabajos realizados en Alemania, Bélgica, Inglaterra y Francia, señalan las últimas conquistas de nuestros dias, pero mientras el espíritu científico tenga por base el materialismo ó panteismo, no hay que esperar jamás verdaderos adelantamientos. Sobre todo en la ciencia de la cantidad al buscar la base de la misma solo en el mundo real ó en el de las ideas, es entorpecer su verdadero progreso.

Los científicos que se basan en una sana filosofía son los únicos que nos sirven

1 Elements of quaternions d'Hamilton.

de guía, cuando queremos sacar provechosos resultados de la Matemática; estos son los que generalmente señalan la imperiosa necesidad que existe de aunar los dos mundos precitados, convencidos de que solo en la línea única de intersección pueden germinar los fundamentos de las ciencias exactas. En verdad que los que así no piensan es muy posible andando el tiempo, que el mundo docente los confunda con uno ú otro de los dos tipos célebres tan hábilmente descritos por el manco de Lepanto.

Interesa, aproximarnos, pues, á esa línea media de investigación, fomentando nuestro estudio en principios razonables y siempre dentro de las leyes naturales en que puede desarrollarse la inteligencia humana; es de todo punto urgente fijarnos un poco más con las herramientas que manejamos, estudiando con predilección los algoritmos que mejor deben servir para adunar lo material de la forma con lo ideal del concepto en nuestros trabajos científicos.

Vamos á terminar, por fin, manifestando que las dificultades inmensas que aún se presentan en el vasto campo de la ciencia Matemática para obtener la solución de cuestiones que podríamos llamar fundamentales, dependen sin duda de que varios distinguidos matemáticos, ó han considerado la filosofía del cálculo como cosa inútil, ó han pertenecido á escuelas filosóficas completamente perjudiciales para poder andar con desahogo por la senda de la verdad.

En este estado, pues, solo cabe una esperanza, y es que se agrupen los científicos que se honran con el título de católicos para que inspirados por una sana filosofía y con fé viva en el corazón, logren con tiempo y constancia, el poder afirmar el zócalo de ese templo que se pretende levantar al Señor, como digno ofrecimiento á los beneficios que nos dispensa en dejarnos entrever la sublimidad de su sabiduría infinita al constituir ese todo armónico y admirable de la Creación.

DETERMINACIONES MAGNÉTICAS EN LA COSTA OCCIDENTAL DEL MEDITERRÁNEO

M. Moureaux, de orden del Ministro de Instrucción pública de la República francesa, ha hecho una serie de observaciones magnéticas en la costa occidental del Mediterráneo, con objeto de reunir los elementos necesarios para poder levantar las correspondientes cartas magnéticas. Las observaciones se han verificado entre el 19 de abril y el 25 de junio de 1887.

M. Moureaux ha hecho 98 observaciones de variación, 90 de la componente horizontal y 59 de declinación, en 52 estaciones, de las cuales 4 están situadas en Córcega, 3 en Italia, 2 en Malta, 1 en Trípoli, 7 en Túnez, 25 en Argel, 1 en Marruecos, 8 en España y 1 en Francia.

Los instrumentos con los que se han llevado á cabo las observaciones, son dos aparatos Brunner construídos *exprofeso*, y que habían servido ya para medir elementos magnéticos en Francia, y que se han comparado con los instrumentos magnéticos en uso en los observatorios de Nápoles, San Fernando y Perpiñán.

Los resultados obtenidos en cada punto se han comparado con los correspondientes, dados por el magnetógrafo del observatorio del parque Saint-Maur, teniendo en cuenta para la variación, la disminución de amplitud de la variación diurna por la latitud; luego se han referido á 1.° de enero de 1888, corrigiéndolas de la parte correspondiente de variación secular. Se ha considerado en esta reducción, que la variación secular en París y en los puntos de observación puede suponerse igual, dado lo reducido de los intervalos.

VALORES DE LOS ELEMENTOS MAGNÉTICOS EN 1.° DE ENERO DE 1888.

ESTACIONES	Longitud	Lat. N.	Variación O.	Inclinación.	Componente horizontal
Córcega.					
Ajaccio..........	14°59',9	41°54',7	12° 8',4	58°48',7	0,22905
Bastia...........	15 39,5	42 42,2	13 52,2	59 10,5	0,22510
Bonifacio........	15 22,2	41 23,0	11 58,8	58 11,3	0,23319
Corte............	15 21,3	42 18,2	12 17,8	58 58,9	0,22873
Italia.					
Liorna...........	16 32,4	43 33,1	11 50,6	60 0,3	0,22340
Roma.............	20 27,4	40 51,8	10 14,4	56 50,8	0,23962
Nápoles..........	18 35,5	41 53,2	11 1,5	58 12,2	0,23296
Malta.					
La Valette.......	20 43,3	35 53,8	9 48,0	51 22,8	0,26241
Citta-Vecchia.....	20 35,5	35 52	9 48,5	51 21,7	0,26261
Trípoli.					
Trípoli..........	19 23,1	32 54	10 31,8	47 36,5	0,27643
Túnez.					
Cartago..........	16 31,6	36 51,1	11 24,5	53 6,3	0,25523
Gabès............	16 18,4	33 53,0	11 16,2	49 34,4	0,26887
La Manouba.......	16 16,5	36 50,0	11 26,4	53 4,0	0,25571
Sfax.............	16 58	34 44,0	11 4,8	50 28,0	0'26559
Souk-el-Arba.....	14 58,5	36 30	11 48,5	52 59,5	0,25574
Sousse...........	16 48,5	35 49,9	11 13,5	51 49,5	0,26048
Túnez............	16 20,8	36 49,2	11 27,2	53 3,5	0,25518
Argel.					
Affreville........	8 25,6	36 15,5	13 57,2	53 58,8	0,25120
Aïr Temouchent.....	5 3,9	35 17	15 8,7	53 30,8	0,25413
Argel............	9 16,8	36 44,9	13 45,1	54 18,8	0,25045
Arzew............	5 53,6	35 51,6	14 59,6	53 56,5	0,25204
Batna............	12 23,0	35 33,0	12 40,3	52 18,0	0,25807
Biskra...........	11 55,8	34 50,8	12 49,0	51 32,8	0,26025

ESTACIONES	Longitud	Lat. N.	Variación O.	Inclinación.	Componente horizontal
Bona.	13°57',6	36°54',0	12°17',5	53°35',9	0,25326
Bordj-Bouira.	10 7,5	36 23	13 27,9	53 43,4	0,25233
Bondzareah (Obs.°) . . .	9 14,4	36 47,9	13 52,8	54 20,0	0,25064
Boufarik.	9 7,1	36 34,7	13 50,0	54 8,0	0,25077
Constantina.	12 49,5	36 20,3	12 36,0	53 10,0	0,25471
Duzerville.	13 56,5	36 48,3	12 13,9	56 26,7	0,25332
La Kroubs.	12 54,5	36 15	12 32,0	53 5,1	0,25527
Magenta.	5 27,5	34 43	14 52,1	52 49,0	0,25563
Maison Carrée.	9 20,4	36 43,2	13 49,1	54 12,4	0,25028
Mascara.	6 20,6	35 23,5	14 37,6	53 22,7	0,25333
Mecheira.	6 0,5	33 37	14 36,2	51 15,7	0,26175
Menerville.	9 45,9	36 43,5	13 40,4	54 7,6	0,25118
Orán.	5 35,1	35 42,5	15 4,9	53 45,2	0,25279
Orleansville.	7 32,5	36 9,9	14 22,5	54 3,1	0,25080
Filipeville.	13 06,5	36 52,0	12 32,3	53 37,2	0,25283
Saida.	6 21,5	34 50	14 51,7	52 50,9	0,25548
Setif.	11 36,3	36 11,3	13 0,5	53 8,7	0,25469
Sidi-bel-Abbès.	5 34,5	35 12,3	14 54,8	53 18,3	0,25419
Souk Ahras.	14 9,5	36 17	12 5,8	52 48,8	0,25576
Marruecos.					
Tánger.	0 23,4	35 47,1	16 46,0	55 14,5	0,24596
España.					
Algeciras.	0 46,2	36 7,2	16 34,9	55 27,8	0,24509
Alicante.	5 43,7	38 20,8	15 14,9	56 42,6	0,23940
Almería	3 44,1	36 50,3	15 44,8	55 32,3	0,24455
Barcelona.	8 22,2	41 24,0	14 43,4	59 14,6	0,22704
Cartagena.	5 13,2	37 35,8	15 20,6	56 4,3	0,24193
Málaga.	1 47,2	36 44,6	16 21,5	55 56,3	0,24242
San Fernando.	0 0	36 27,7	16 54,0	55 59,2	0,24328
Valencia.	5 53,4	38 27,1	15 21,1	57 48,3	0,23436

Francia.

Perpignán.	9 5,3	42 42,1	14 38,9	60 22,2	0,22158

SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR Y SOBRE LA SUPERFICIE GENERAL DE COMPARACIÓN DE LAS ALTURAS

POR M. CH. LALLEMAND.

I. Bajo la triple acción del Sol, de la Luna y de la gravedad terrestre, tienden las aguas del mar hacia un estado de equilibrio perturbado constantemente: 1.°, por el movimiento *diurno* de rotación de nuestro globo sobre su eje; 2.°, por el movimiento *mensual* de translación de la Luna alrededor de la Tierra; 3.°, por el movimiento *anual* de translación de la Tierra alrededor del Sol; 4.°, por las variaciones lentas de los elementos de las órbitas lunar y terrestre. De aquí tantas oscilaciones elementales sobre las cuales vienen á confluir las corrientes producidas por las diferencias de concentración de sal ó de temperatura, por la acción de los vientos ó por las desigualdades de la presión barométrica.

En medio de todos estos movimientos, cuya resultante observamos únicamente, *el nivel medio en un lugar y para un periodo dado, corresponde al promedio de las alturas del agua con relación á un punto fijo, determinadas en ese lugar, en cada instante del periodo considerado.*

Sería interesante determinar el nivel medio del mar en el mayor número posible de puntos de las costas, y agregar en seguida los resultados á la red general de las nivelaciones continentales, de modo que se formase una especie de *nivelación litoral de los mares.*

En primer lugar, conociendo las alturas relativas de diferentes mares, para estaciones elegidas convenientemente, se deducirían de ellas indicaciones útiles sobre la dirección y la velocidad de las corrientes marinas; cuestión de gran interés para la Meteorología, la Navegación y las Obras marítimas.

Después, la variación, con el transcurso del tiempo, del nivel medio en cada estación, daría á conocer los movimientos relativos del terreno y de las aguas en la sucesión de los años; problema fundamental para la Geología y la Física terrestre.

Finalmente, el conocimiento del nivel medio en las costas permitiría fijar la *superficie de nivel de comparación*, que á la vez debe ser el *horizonte fundamental* de las nivelaciones, la *base* de todas las operaciones geodésicas, y por consecuencia, la verdadera expresión de la *figura media actual* de la Tierra. En razón de la considerable preponderancia de los océanos sobre las tierras, la *superficie de comparación* debe, en efecto, separarse lo menos posible de la *superficie media* de los mares [1].

[1] Determinada una vez la superficie fundamental, su posición se marcaría naturalmente con relación al *nivel medio* del mar en un punto, si la señal de este nivel, aun sin que ocurriesen movimientos del terreno, no variase forzosamente algo con el tiempo, por el solo efecto de las ondas muy lentas (se pueden corregir, no obstante, por el cálculo, algunas de sus influencias, como lo ha hecho M. Bouquet de la Grye para el nivel medio del Océano en Brest). Será preferible elegir como *marca fundamental* un punto relativamente fijo, tomando en la región en que el nivel medio, y por consiguiente, el terreno parecen más estables. Como ha propuesto M. Bouquet de la Grye, este punto estará situado bajo el suelo, á profundidad suficiente para sustraerlo de la influencia de las dilataciones ó contracciones provocadas en las capas superficiales por las variaciones de temperatura y humedad.

El *horizonte fundamental*, determinado de este modo, no podría, sin embargo, constituir una base invariable y definitiva.

Las superficies de nivel están, en efecto, sometidas, como las aguas del Océano y por las mismas causas, á oscilaciones periódicas, repetidas unas, lentas otras, de amplitudes comparables á las de las ondas oceánicas suponiéndolas libres de todas las causas perturbadoras

Las superficies de nivel sufren además, aunque muy debilmente, el resultado de las modificaciones que se producen, con el tiempo, bajo la acción de los meteoros ó en razón del enfriamiento progresivo de nuestro globo, en las alturas relativas de las tierras y de las aguas.

Mientras que la corteza sólida se contrae y abate, aumenta por una parte el volumen de los océanos (y por consiguiente sube su nivel) á causa de la condensación progresiva del agua contenida en estado de vapor en la atmósfera; por otra parte, la masa líquida disminuye por toda el agua perdida en las filtraciones ó por la que embeben las rocas solidificadas y enfriadas.

Pero, felizmente, estas modificaciones no ejercen más que una influencia insensible, ó por lo menos muy lenta, sobre los resultados de las operaciones.

II. Para determinar el nivel medio del mar, se creyó al principio suficiente tomar el promedio de las lecturas hechas á intervalos regulares directamente en una *escala de puerto*.

A este método penoso é incierto, se sustituyó más tarde por los aparatos registradores del movimiento de agua, denominados *mareógrafos*. A pesar del uso del planómetro, el examen y cálculo de las curvas obtenidas constituyen aún una operación larga y delicada.

M. Reitz ha reducido considerablemente el trabajo con su *mareógrafo totalizador*, que efectúa automáticamente la planometría de los diagramas, á proporción y medida que se van produciendo. Pero este aparato es muy costoso, tanto por sí mismo como por la instalación que exige

Para poder multiplicar las estaciones de observación todo lo que es necesario, sería conveniente poseer un instrumento sencillo y poco dispendioso, que facilitase los cálculos, eliminando de ellos las indicaciones inútiles.

Encargados del estudio de esta cuestión por la Sociedad de nivelación general de la Francia, hemos logrado instalar un aparato que casi realiza estas condiciones. Este aparato, al cual hemos denominado *Medimarémetro*, y que describiremos en una nota que daremos en breve, con los detalles convenientes, se basa en el siguiente fenómeno, que la teoría explica, y cuya exactitud hemos podido comprobar experimentalmente:

Consideremos un tubo estanco cerrado por su parte inferior por una lámina porosa y sumergido en una capa de agua cuya superficie está animada de un movimiento vertical periódico; las oscilaciones del líquido se reproducen en el interior del tubo con el mismo periodo y el mismo nivel medio que en el exterior, pero con una amplitud reducida y *un* retardo en la fase.

Esta reducción y este retardo son tanto más notables:

1.° Si la lámina es menos porosa ó su superficie más pequeña comparada con la sección del tubo.

2.° Si la oscilación exterior es más rápida

Si el movimiento de la capa líquida, en lugar de ser un movimiento sencillo, fuese el resultado, como sucede en el mar, de una superposición de movimientos ondulatorios que experimentase amplitudes y períodos diferentes, la lámina actuará sobre cada una de las ondas componentes exactamente como si fuese sola. En otros términos, las oscilaciones rápidas casi en totalidad las detiene la lámina, mientras que las ondas muy lentas la atraviesan sin reducción sensible en sus amplitudes.

Pero, en todos casos, *siendo el nivel medio en el tubo el mismo que fuera*, se puede autorizadamente para la determinación de este nivel, sustituir por el diagrama complejo de las oscilaciones de la capa de agua, el resultado de las variaciones mucho más lentas del nivel interior; lo cual simplifica considerablemente el trabajo y aumenta notablemente la precisión del resultado.

Ya se han instalado algunos medimarémetros en las costas del Mediterránao y del Océano, y pronto se instalarán otros en el litoral de la Argelia y de Túnez.

METEOROLOGÍA, ORIGEN DE LA AURORA POLAR *

El rozamiento de las partículas de agua y de hielo, y accidentalmente de otras sustancias arrastradas por la violencia de los movimientos atmosféricos en las regiones superiores, y disgregadas en las capas de aire de algunos centenares de kilómetros de espesor, es el origen de la electricidad del aire, de las tempestades y de las auroras. Las descargas de esta electricidad tienen lugar de la misma manera en las auroras que en las tempestades; la única diferencia consiste en la intensidad. La luz de las auroras debe su origen á estas descargas en el aire enrarecido.

Las partículas electrizadas que constituyen la materia de la aurora están en continua agitación. Transportadas por los vientos en todas direcciones atraviesan líneas de fuerza y campos magnéticos de diferentes intensidades. La fuerza electromotriz engendrada por la inducción magnética debida á esta agitación se agrega á la que actúa sobre las electricidades contrarias de las partículas electrizadas, lo cual no solamente facilita las descargas, sino que además tiende á dirigirlas en sentido de la acción magnética terrestre.

Esta acción, que produce efectos muy sensibles tratándose de las descargas aurorales, no es perceptible cuando se trata de las tempestades, á causa de su enorme tensión eléctrica.

Las descargas aurorales, que se manifiestan en masas de aire agitadas en todos sentidos, brillan confusamente en todas direcciones. Producen una luz desvanecida, nebulosa, y forman las placas aurorales y los arcos nebulosos.

Cuando la materia de la aurora es impelida por un viento de dirección constante, tienden las descargas á tomar una dirección común y engendran los rayos de la aurora.

La zona en que los arcos nebulosos aparecen ordinariamente es la correspondiente á la mayor densidad de las líneas de fuerza magnética. Esta zona se extiende en forma circular á cierta distancia alrededor del polo magnético, sobre un país en donde todo concurre á facilitar la formación de cristales de hielo. A la altura de 100 á 800 km. sobre el terreno, las agitaciones del aire son continuas. No es, por lo tanto, extraño, que sobre esta zona, ya en una parte, ya en otra, ocurran todos los días, y aun á cada instante, descargas de la primera especie, es decir, con luz nebulosa. Si este movimiento eléctrico

* Extracto de la Memoria de M. J. Luvini.

se efectúa simultáneamente en toda la zona, se tiene por completo el anillo de Hansteen.

Un viento bastante fresco que sople en dirección de Occidente á Oriente, ó viceversa, en la región de las auroras, determinará la formación de rayos sensiblemente paralelos á la aguja de inclinación.

Basta que se verifique una descarga eléctrica en un punto de una línea que siga esta dirección para que el movimiento eléctrico y una serie de descargas se propaguen en toda la línea y seguidamente en las líneas laterales, en uno ú otro sentido, y á veces en ambos sentidos alternativamente. Cuando estos rayos se sobreponen á un arco, se tiene el fenómeno del arco rayado ó una faja.

La región de la aurora es cerca de los polos. En esta región es donde el aire es más rico en cristales de hielo, y en donde el campo magnético terrestre es más intenso.

Si la teoría que acabo de exponer es exacta, se debe deducir de ella que el magnetismo terrestre y la aurora polar tienen un origen distinto é independiente uno de otro. La correlación entre los dos fenómenos consiste en que el magnetismo terrestre ejerce una acción directriz sobre las descargas aurorales; y la aurora reacciona sobre el magnetismo modificando su dirección y la intensidad de su fuerza.

EL CLIMA DE SIBERIA

De algunas observaciones meteorológicas efectuadas regularmente desde 1871 á 1883 en Jenisseisk á una altura de 84 metros, extractamos los siguientes datos que bastan para dar un idea completa de aquel país. Las observaciones se efectuaron á las 7h de la mañana á la 1 y á las 9 de la noche.

	Media de las		Extrem. absolut.		Núm. medio de días	
Meses.	mín. mens.	máx. men.	Mínimum.	Máximum.	de hielo	de nieve.
enero.	—42°,7	—5°,5	—58°,6	2°,8	31	11
febrero.	—38 ,5	—4 ,2	—47 ,4	1 ,1	28	9
marzo.	—29 ,8	6 ,0	—37 ,1	10 ,8	20	10
abril.	—20 ,0	10 ,9	—28 ,0	14 ,8	23	9
mayo..	— 5 ,1	22 ,0	— 9 ,5	30 ,0	6	4
junio..	4 ,2	27 ,0	3 ,0	34 ,7	0	0
julio.	11 ,6	30 ,4	8 ,2	32 ,9	0	0
agosto.	5 ,1	25 ,4	2 ,1	31 ,8	0	0
setiembre. . . .	— 3 ,1	20 ,7	— 7 ,8	22 ,3	3	2
octubre.. . . .	—15 ,1	11 ,5	—27 ,2	17 ,0	21	14
noviembre.. . .	—34 ,1	1 ,7	—40 ,7	5 ,9	29	16
diciembre. . . .	—43 ,6	—3 ,7	—50 ,7	1 ,8	31	12

La temperatura más baja registrada fué de —58°,6, correspondiente al 12 de enero, en cuyo día el frío era soportable y la atmósfera estaba tranquila. El observador salió de su habitación sin notar nada de extraordinario durante su paseo por la llanura, pero en cuanto pretendió subir una pequeña cuesta, la respiración se hizo difícil y no pudo proseguir el camino.

Las fuertes heladas se observan todas reinando un tiempo tranquilo y estando el cielo sereno, si bien en la parte inferior se forman finas agujas de hielo que constituyen una especie de niebla á la que se ha dado el nombre de humo. Con semejante tiempo, aun señalando el termómetro muy bajas temperaturas la vida del hombre es soportable hallándose provisto de buenos abrigos, haciendo ejercicio y alimentándose suficientemente. En cambio cuando reina una tempestad de nieve, el frío es intolerable aun no marcando el termómetro mas que 10 ó 15° bajo cero.

El año meteorológico se puede dividir del siguiente modo: invierno, de noviembre á marzo; primavera, abril y mayo; verano, de junio á agosto; otoño, setiembre y octubre.

En toda estación se registran las heladas y escarchas durante la noche; el suelo es de gran fertilidad natural y está cubierto por una espesa capa de tierra negra. A pesar de estas ventajas el cultivador no vé recompensados sus trabajos sino en los veranos que caen abundantes lluvias y con tiempo nuboso.

Llama en extremo la atención el temperamento robusto de las plantas de aquel país y es admirable ver, después de abundante escarcha, la pradera cubierta por millares de peonias gigantescas *(Pœonia anomala)* y de una orquídea *(Cypripedium macranthum)* que en Europa se cultiva en estufa.

Conviene mencionar las tempestades de invierno conocidas con el nombre de *purga:* el viento levanta nubes compactas de color blanco de leche, formadas por copos de nieve en extremo finos; á tres pasos de distancia no se distingue un hombre aun cuando fuera vestido en negro, es imposible dar un paso y seguir una dirección determinada, muchas personas perecen. El polvo de nieve penetra por debajo de los vestidos ó abrigos y aún atravesando las telas inferiores penetra junto al cuerpo, no hay nada que pueda garantir contra la desagradable sensación de frío y humedad.

En junio y en julio cae algunas veces una *lluvia de azufre,* formada por el pólen de las coníferas de aquellas regiones.

Según las observaciones efectuadas desde 1826 á 1883, el Jenissei se congela por término medio el 19 de noviembre y queda libre el 6 de mayo; permanece, pues, congelado durante más de seis meses.

ACADEMIA DE CIENCIAS DE PARÍS

Sesión del día 23 de diciembre de 1889.

M. A. Gaudry se ocupa en el descubrimiento de un Mono fósil, hecho por el *Dr. Donnezeau* en el fuerte de «Serrat d' en Vaquer», Pirineos orientales. Dice que en Pikermi, Grecia, no son raros los restos de Monos, puesto que ha traido veinte cráneos; pero fuera de dicho punto, no se habían encontrado hasta ahora cráneos de Monos fósiles: habíanse recogido solamente mandíbulas ó huesos aislados. El descubrimiento de M. Donnezeau es pues muy interesante respecto de la Paleontología francesa.

Muchos otros fósiles han sido recogidos en el «Serrat d' en Vaquer». A petición del Director del Museo, el Ministro de la Guerra ha enviado instrucciones á los oficiales de Ingenieros en Perpiñan para que faciliten las investigaciones paleontológicas. Gracias á su concurso, y sobretodo á la asiduidad é interés con que M. Donnezeau, sin auxilio alguno, efectúa estas investigaciones, el «Serrat d' en Vaquer» va siendo uno de los más importantes yacimientos conocidos de Vertebrados fósiles.

M. Stephan da cuenta de sus observaciones del cometa descubierto por M. Borelly en el observatorio de Marsella, el 12 de diciembre de 1889. El día 12, el cometa era débil, difuso, de 2′ proximamente; á las 7h 10m, pasó delante de una estrella de 10ª-11ª magnitud y cesó de ser visible durante algunos minutos; la estrella parecía ligeramente nebulosa.

El 13, el cielo estaba cargado de espesos vapores y el cometa fué solo visible durante algunos minutos. Creyóse sin embargo reconocer que era un poco más brillante que la víspera.

El 14, presentóse más visible, mejor definido, casi redondo, de aspecto granuloso con una pequeña condensación en la parte central.

—Resultan elegidos Miembros correspondientes de la Sección de Mineralogía, en reemplazo del difunto M. *Dechen*, M. *Suess*, y en reemplazo del difunto M. *Lory*, M. *Pomel*.

M. Ch. Depéret hace un estudio del *Dolichopithecus ruscinensis*, nuevo Mono fósil del plioceno del Rosellón, del que en esta misma sesión ha tratado M. Gaudry. El descubrimiento consiste en numerosas piezas bien conservadas de un gran Cuadrumano, sobretodo una pieza casi entera, varias mandíbulas de adultos machos y hembras, otras con los dientes de leche, y finalmente, cierto número de huesos de los miembros. Estas piezas permiten precisar los caractéres de dicha nueva especie y dan á conocer en Perpiñán un yacimiento de restos de Monos fósiles, el más rico de Francia y aun del mundo entero, exceptuando el de Pikermi.

La cara de este Mono era prominente hacia adelante, como lo demuestran la forma del hocico en una cabeza adulta y la prolongación de la rama horizontal de la mandíbula. En los individuos jóvenes se nota que el hocico era mucho más corto, como puede juzgarse por un fragmento de cráneo en que se ve todavía la dentición de leche. En el adulto, el hocico del Mono de Perpiñán debía parecer al de los grandes Macacos, como el *Macacus nemestrinus* de Sumatra, y también al de ciertos Semnopitecos, como el *Semnopithecus nasicus* de Borneo.

El arco superciliar está desprovisto de escotadura hacia dentro como en los Semnopitecos.

Existían notables diferencias entre el macho y la hembra en la robustez de los huesos de la mandíbula y en la magnitud de los caninos, salientes al exterior en los machos, pequeños y no prominentes en las hembras.

El profesor M. Gaudry se ha encargado de comparar las piezas de este Mono con los numerosos cráneos de Monos actuales y con las hermosas piezas fósiles del Museo de París. Ha visto que los molares del tipo de Perpiñán presentaban igual forma que los de los Semnopitecos, los Colobos, el *Mesopithecus:* los dentículos de los premolares inferiores forman colinas transversas y no mamelones cónicos como en el grupo de los Macacos; las crestas de estas colinas tienden á encorvarse hacia otras en forma de media luna con convexidad anterior; finalmente, no hay borde anterior como en los dientes de los *Macacus*.

El último molar tiene una eminencia gruesa, triangular, separada de la corona, compuesta en ciertos individuos de un dentículo simple, mientras que, en otros, existe una tendencia de este dentículo á bifurcarse en dos mitades iguales.

Al contrario de los molares, los miembros tienen las proporciones más cortas que los de los Macacos y no recuerdan en modo alguno las esbeltas formas de los Semnopitecos. Como el *Mesopithecus* de Pikermi, el Mono del Rosellón establece una especie de transición entre estos dos grupos.

Según opina M. Gaudry, el Mono de Perpiñán no puede referirse al *Macacus priscus* de Montpellier, que es un verdadero Macaco á causa de los molares. Es más próximo al *Aulaxinuus florentinus* de Val d' Arno, cuyos molares tienen asímismo colinas transversas; pero en este, las colinas no se dirigen hacia atrás en forma de media luna y existe un pequeño reborde anterior que no se encuentra en el Mono de Perpiñán. Finalmente, el Mono italiano es de una talla mucho menor y su hocico es mucho más corto.

El tipo fósil más inmediato al Mono del Rosellón es el *Mesopithecus Pentelici* de Pikermi, que es también una especie de Semnopiteco con miembros de Macaco. Sin embargo, difiere del mismo por la talla pequeña, por la cara corta, y finalmente por el poco desarrollo de la pieza susodicha junto al último molar inferior.

Estas diferencias son bastante sensibles para que se pueda crear un nuevo grupo genérico; el autor propone el nombre de *Dolichopithecus*, á causa de la forma alargada de la cara, dando á la especie el de *Dolichopithecus ruscinensis*, por haber sido encontrado en el Rosellón.

Sesión pública anual del día 30 de diciembre de 18 9.

El Presidente M. HERMITE pronuncia el discurso de Reglamento; antes de la proclamación de los nombres de las personas premiadas, dedica sentidas frases á la memoria del ilustre decano de la Sección de Química, Miguel Eugenio Chevreul, que falleció el 23 de abril, recordando los trabajos que le debe la ciencia; á la de M. Halphen y á la de M. Phillips, fallecidos también durante el año transcurrido.

Se adjudica el premio extraordinario de Mecánica (6,000 francos), por partes iguales entre M. *Caspari* y M. *Claudel*, al primero por su obra de «Astronomía náutica» y al segundo por varios de sus trabajos. Otro de los premios de Mecánica, es adjudicado á M. *G. Eiffel* por el conjunto de sus construcciones metálicas.

M. *Gonnessiat*, astrónomo de Lyon, obtiene el premio Lalande por la serie que ha publicado de sus investigaciones relativas á la Astronomía de alta precisión. Obtienen también premios de Astronomía M. *Charlois* y M. *Norman Lockyer*.

M. *Hertz* recibe el premio L. la Caze, de Física, por sus experimentos.

Obtienen premios de Química MM. *A. Combe, Engel, A. Verneuil, F.-M. Raoult*.

M. *Michel Lévy* obtiene el premio Delesse por sus trabajos geológicos; M. *Duchartre* el premio Desmazières, de Botánica, MM. *Richon* y *Roze* el premio Montagne, y, por partes iguales, MM. *de Bossedon* y *de Ferry de la Bellone*, el premio Thore, asímismo de Botánica.

Abrese el pliego cerrado que contiene el nombre del autor de la Memoria que lleva por epígrafe *Nunquam otiosus*, la cual ha resultado merecedora del premio Vaillant, de Agricultura, resultando ser M. *Ed. Prillieux*. Según el dictámen, esta Memoria, que trata de las enfermedades de los cereales, es una obra, bajo todos conceptos, digna de obtener el premio.

Resultan premiados en la sección de Anatomía y Zoología, MM. *Henneguy* y *Roule;* en la de Medicina y Cirujía, MM. *Charrin, Kelsch* y *Kiener, Danilewskj, A. Laveran, Duval, Heckel* y *Schlagdenhauffen, Le Dentu, Loye, F. Lagrange, Laborde, Magnan* y *A. Auvars;* y con mención honorífica, MM. *F. Widal, Ch. Sabourin, J. Arnould* y *Tuffier;* en la de Fisiología, MM. *d' Arsonval, Franck, J. Gad* y *J.-F. Heymans* y *Laborde*, y con mención honorífica M. *Moussu;* y en la de Geografía física, M. *Drake del Castillo:* M. *Crié* obtiene mención honorífica.

Los premios generales los obtienen: el Dr. *Maximo Randon*, MM. *J. Morin, Toussaint, P. Appelle, J.-H. Fabre* y *P. Vieille*.

Anunciase, por fin, el programa de premios propuestos para los años 1890, 1891, 1892 y 1893.

CRÓNICA

La influenza.—La Sociedad de Higiene de San Petersburgo ha dedicado una sesión por completo al estudio de la *influenza*, que en Rusia, como en todo el mundo, ha producido y está produciendo aun grandes estragos, á pesar de la benignidad que se le atribuía.

El profesor Zdekauer, autoridad reconocida en la capital de aquel imperio, aprecia en los siguientes términos la epidemia en cuestión: «La influenza en sí, no es una enfermedad peligrosa, pero hay ciertas circunstancias que nos obligan á prestar particular atención á esta epidemia. En el trascurso de mi vida se han producido cuatro epidemias coléricas y cada vez el cólera iba precedido por la influenza, de suerte que, podríamos considerarlo en la actualidad, como el precursor de una epidemia colérica que se dirige hacia nosotros desde el Asia, y especialmente desde la Persia.

Es, pues de temer, que el microbio de la influenza después de haber pasado el invierno en nuestro país, engendre el cólera en la próxima primavera.

En estas consideraciones me fundo para demostrar que es preciso ante todo tomar cuantas medidas sean necesarias para el saneamiento de la capital.

La experiencia de los años coléricos de 1830, 1848, 1866 y 1884 nos ha demostrado que las cuarentenas por sí solas no son suficientes para combatir el cólera. Esta enfermedad se desarrolla siempre con intensidad en los países cuya higiene está bastante descuidada como por ejemplo en Italia y en España, mientras casi nunca penetra en Inglaterra, nación que se halla en las mejores condiciones sanitarias.

R. I. P.—Ha fallecido en Barcelona D. Fructuoso Plans y Pujol, catedrático de la Facultad de Farmacia de nuestra Universidad.

Siete liquidos superpuestos y siete colores.—Para poner uno encima del otro líquidos coloreados en azul incoloro, en pardo, rojo, escarlata, verde, amarillo y violeta, se vierte: 1.°, ácido sulfúrico concentrado, colorado en azul por el índigo; 2.°, cloroformo 3.°, glicerina colorada por el caramelo; 4.°, aceite de ricino colorado por la alkanna; 5.° alcohol (40°) ligeramente colorado por el verde de anilina; 6.°, aceite de hígado de baca lao mezclado con 1 por 100 de esencia de trementina; 7.°, alcohol (94°) colorado por la violeta de anilina.

Un caso de agrafia y de ceguera verbal.—El cardenal Haynald (de Alemania) tiene una afección cerebral sumamente rara (agrafia y ceguera verbal). Conversa con todo el mundo como cuando gozaba de perfecta salud; habla corrientemente cuantos idiomas le son familiares, y da sus órdenes como de costumbre; pero no sabe ya leer ni escribir. Ni aun su nombre puede escribir sino poniéndole delante una maestra.

Una borrica rabiosa.—«En Noya, pueblo de Galicia, ha ocurrido un caso de rabia en extremo excepcional.

Una mujer tenía algunas burras lecheras y se dedicaba á llevar la leche á los vecinos enfermos. Una de las pollinas fué mordida por un perro rabioso; no tardó en desarrollarse en ella la rabia, y arrojándose sobre su dueña, la mordió y pisoteó horriblemente. Poco tiempo después la infeliz mujer era víctima de la terrible enfermedad, que —según el periódico del cual tomamos la noticia— se manifestó desde luego con la mayor violencia.»

Costumbres malgaches.—Hé ahí, según la narración de un capitán de buque, las prácticas inhumanas de los sakhalavos, que los franceses se esfuerzan en hacer que desaparezcan en la isla de Madagascar.

Toda criatura que nace en viernes, se la llevan al bosque y la abandonan, pues el viernes es considerado como día de desgracia. Por una causa contraria, las criaturas de los jefes que nacen en domingo, son igualmente condenadas, pues sus padres temen que lleguen á ser más poderosos que ellos. Toda criatura cuyo nacimiento cuesta la vida á su madre, se la mata porque es considerada como asesino. Finalmente, matan también á los gemelos, porque se pretende que allí hay un fenómeno que no es natural.

Con semejantes costumbres no hay que temer el aumento desmesurado de población.

¿Será otro de tantos?—Un médico húngaro, M. Bokai profesor en la Universidad de Klausenbourg, anuncia el descubrimiento de un remedio contra la rabia, que consiste en una preparación compuesta de: agua clorada, agua bromada, ácido sulfuroso, hipermanganato de potasa y aceite de eucalipto.

Esta mezcla destruye los funestos efectos del virus rábico en el organismo. Recomienda lavar con ella cuidadosamente la herida producida por la mordedura y después aplicar encima algodón impregnado de dicha mezcla.

Actualmente estudia la posibilidad de la curación de la rabia por una medicación interna.
