AÑO I MADRID, 17 DE NOVIEMBRE DE 1917 NÚM. 5.

CONOCIMIENTOS ÚTILES

Suplemento a EL MAGISTERIO ESPAÑOL

CIENCIAS — INVENTOS — CURIOSIDADES

Agricultura

La necesidad de completar la acción del estiércol.

En nuestro Suplemento anterior (3 de noviembre) hemos dado la composición general del estiércol y las necesidades alimenticias de las plantas; como ejemplo: el trigo y la remolacha.

La comparación de esos números demuestran qué difícil será dar con una planta cuyas necesidades coincidan exactamente con la composición del estiércol.

Pero hay, además, otro factor que no hemos tenido aún en cuenta y que complica la cuestión; ese factor es la composición de la tierra.

Puede suceder, y sucede muchas veces, que una tierra contenga exceso de uno o dos de los fertilizantes esenciales: en tal caso el empleo del estiércol resulta antieconómico, puesto que aporta al suelo elementos innecesarios.

Esto ocurre con los terrenos dedicados durante largo tiempo a prados, ricos de nitrógeno por el humus que contienen y porque las leguminosas, plantas propias de las praderas, toman este elemento de la atmósfera, y el que en sus raíces fijan queda en la tierra; en este caso, el nitrógeno del estiércol es completamente inútil cuando no perjudicial.

En fin, el acarreo del repetido abono es difícil y costoso, especialmente en los terrenos quebrados.

Por todas las razones expuestas, es necesario recurrir al empleo de otros abonos que reunan las condiciones siguientes:

1.° Que contengan en un pequeño volumen cantidades grandes de principios fertilizantes; es decir, que se hallen en forma muy concentrada, para que los acarreos sean fáciles y económicos.

2.° Que permitan aplicar separadamente, y en las cantidades que sean indispensables, los diferentes elementos nutritivos.

3.° Que se disuelvan fácilmente en el agua o en los jugos que segregan las raíces de las plantas, para que éstas puedan utilizarlos inmediatamente o después de haber sufrido en el suelo una transformación rápida.

4.° Que se presenten en forma pulverulenta, de manera que su aplicación sea fácil y puedan ser distribuídos uniformemente.

5.° Que resulten económicos.

Hoy día disponemos de sustancias fertilizantes que presentan todas las ventajas enunciadas y se encuentran en el comercio con los nombres de abonos químicos, abonos minerales, abonos artificiales, etcétera.

Explicaremos en dos palabras lo que son los abonos químicos::

Ya hemos dicho que el estiércol necesita sufrir ciertas transformaciones para que las plantas puedan utilizarlo como alimento. Dichas transformaciones son muy complejas, y su explicación no entra en el cuadro de este artículo. Sólo diremos que los elementos fertilizantes que nos interesan (fósforo, potasio y nitrógeno) se encuentran en el estiércol asociados con otras sustancias en forma de materia orgánica.

Ahora bien; esta materia orgánica necesita pasar al estado mineral, de manera que el nitrógeno se transforme en nitratos, el fósforo en fosfatos minerales y el potasio en sales potásicas; estos nitratos, fosfatos y sales potásicas son los alimentos que utilizan las plantas.

Los abonos químicos no necesitan transformación alguna importante, pues son compuestos minerales, se hallan en estado de fosfatos, de sales potásicas y de nitratos, y, por tanto, las plantas pueden utilizarlos inmediatamente después que se apliquen y en la cantidad que los necesiten.

Además no presentan la forma compleja del estiércol, sino que hay abonos fosfatados, abonos nitrogenados y abonos potásicos, pudiendo aplicarse unos y otros separadamente y en las proporciones que requieran el cultivo y el terreno.

En fin, los abonos químicos reunen todas las condiciones enumeradas anteriormente en lo que se refiere a concentración, facilidad de transportes, de aplicación, economía y solubilidad.

En suma, la ciencia agronómica moderna y la experiencia reiterada de muchísimos años demuestran que el estiércol es un excelente abono, que es un abono indispensable por las razones expuestas y por otras; pero que necesita ser completado inteligentemente con abonos químicos o minerales.

Eso es lo que hace falta meter en la cabeza de todos los agricultores españoles.

Ya explicaremos los principales abonos químicos.

Astronomía

Grandezas de Júpiter; sus nueve satélites.

Ya hemos ponderado la magnitud considerable del planeta Júpiter que tan espléndida y magníficamente brilla en estas noches otoñales (vean Suplemento de 3 de noviembre actual). Es el astro mayor de nuestro sistema planetario. Es el gigante de los hijos del Sol.

Este gigante se permite el lujo de tener nueve satélites, es decir, nueve lunas que le alumbran sus cortas noches de cinco horas. Nosotros, los habitantes de la Tierra, resultamos unos pobretones; tenemos una sola Luna para noches como las actuales de 14 horas mortales.

Los primeros satélites de Júpiter fueron descubiertos por Galileo. El famoso astrónomo miraba el 7 de enero de 1610 a Júpiter y vió junto a él tres pequeñas estrellas; dos a oriente y una a occidente. Al otro día volvió a mirar y encontró las tres estrellitas a occidente. Un día después no encontró más que dos estrellas, ambas a oriente. El día 13, es decir, seis días más tarde, halló cuatro estrellitas. ¿Qué podía significar esta danza celeste? ¿Qué estrellas veleidosas y movibles eran aquellas que hacían coro a Júpiter, como políticos al olor de los cargos en días de crisis?

Ha de advertirse que por entonces no se conocía satélite alguno, a excepción de la Luna. Ha de recordarse, además, que se batallaba duramente en torno de los sistemas astronómicos.

Copérnico había lanzado pocos años antes (el 1543) su sistema, afirmando que la Tierra caminaba alrededor del Sol y la Luna alrededor de la Tierra.

Estas ideas revolucionarias tenían recios contradictores. Galileo las defendió. Y se cuenta que cuando Kepter supo el descubrimiento de Galileo, exclamó, parodiando la frase del Emperador Juliano «Vicisti, Galileo».

En efecto, el descubrimiento de astros que giraban alrededor de Júpiter y éste alrededor del Sol, era la confirmación plena de las ideas copernicanas.

Los cuatro satélites descubiertos por Galileo llevan los nombres de Io, Europa, Ganimedes y Calixto.

Durante 280 años, no se descubrieron más satélites, pero gracias a los progresos de la fotografía, el 9 de septiembre de 1892, se descubrió el quinto; el 3 de diciembre de 1904, el sexto; el 2 de enero de 1905, el séptimo; el 27 de enero de 1908, el octavo, y el 21 de julio de 1914, el noveno. Y se ocurre esta pregunta, ¿tendrá más satélites aún este gigante de la familia solar? Nadie se atrevería a negarlo; no es imposible, ni mucho menos, que existan otros tan pequeños o tan lejanos que sólo aparezcan ante más poderosos o agudos medios de observación que los presentes.

Las distancias de estos astros al centro de Júpiter es muy variable: el más cercano dista del astro 2,5 radios; el más lejano 330 radios.

El primero gira alrededor del astro en 12 horas; el 2.° en 42 horas y media: el 3.°, en 3 días y 13 horas; el 4.°, en 7 días y 3 horas; el 5.°, en 16 días y 18 horas, y el más lejano, en 631 días.

¿Podéis imaginaros cuántas y cuan complejas combinaciones de lunas se presentarán en las noches de Júpiter? Seguramente siempre habrá algún astro para romper las obscuridades nocturnas. ¡Cuánta falta nos hacían ahora, que nos amenazan con suprimir el alumbrado!

Unos buenos gemelos de teatro permiten ver alguno de estos pequeños astros: pequeños en apariencia porque algunos de ellos son mucho mayores que nuestra Luna y están, además, mucho más cerca de Júpiter.

Estos satélites han tenido y tienen una importancia científica extraordinaria para los habitantes de la Tierra.

La razón es clara: esos satélites sufren numerosos eclipses u ocultaciones. Dado el tamaño enorme de Júpiter, la poca distancia de los satélites, y la rapidez de los movimientos, hay eclipses a todas horas. Hoy, por ejemplo, 17 de noviembre, a las 6 y 11 minutos de la tarde, empezará el eclipse de Io. Con unos buenos prismáticos podrá verse.

Pues estudiando esos eclipses se ha llegado a descubrir la velocidad de la luz en el espacio. Es uno de los descubrimientos más importantes y más difíciles de la Física. La explicación nos exigiría un espacio que hoy no tenemos.

Y observando esos eclipses se determina a todas horas la situación de los buques en el mar, mejor dicho, se determinan las longitudes geográficas en todas partes.

En efecto: a las 6 y 11 minutos de la tarde de hoy, en tiempo contado según el meridiano oficial, o sea el de Greenwich, empieza el eclipse de Io.

Un habitante de Coruña, con un anteojo, o con unos gemelos, se pone a mirar a Júpiter a las 5 y media. Tiene, además, un reloj, puesto en hora a las 12 del día, cuando el Sol ha pasado por el meridiano. ¡No necesita más!

Sigue mirando atentamente y ve que el satélite Io desaparece de su vista a las 5 y 49 minutos: la diferencia de hora, con respecto a Greenwich es (6 y 11)—(5 y 49)= 22 minutos: esa es la diferencia de longitud geográfica en tiempo; equivalente a 4° y 10 en arco. ¿Puede darse nada más fácil y cómodo? Por esta razón en los Almanaques y efemérides astronómicos se dan siempre los eclipses de los satélites a Júpiter.

Y basta por hoy. Aún continuaremos citando curiosidades de Júpiter ¡es tan grande y tan interesante este mundo!

Higiene.

La respiración; su importancia; debemos ejercitar la respiración profunda.

La respiración es la función más indispensable y trascedental para la vida; mejor dicho, es la vida misma. El primer acto que realizamos al nacer, es una *inspiración* y el último con que nos despedimos de este mundo es una *expiración*, por tanto, nuestra vida la constituye un ciclo respiratorio, y, en consecuencia, de respirar bien o mal depende que la existencia se desarrolle espléndida y vigorosa o precaria y amargada por enfermedades.

La salud es el *resultado* del funcionamiento normal de todos los órganos de nuestro cuerpo. Los órganos funcionan con regularidad, cuando están alimentados por la *cantidad necesaria* de sangre pura. La sangre se purifica en los pulmones por el oxígeno del aire que respiramos. *La cantidad de sangre que purifiquemos estará en proporción con la cantidad de aire que respiremos* y nuestra salud dependerá, por consiguiente, de la mayor capacidad que tengan los pulmones para acumular aire.

Los fisiólogos determinan, que en el modo corriente de respirar se ejercita *solo una tercera parte de los pulmones; no pudiéndose oxigenar más que una tercera parte de la sangre* que pasa por ellos, vuelven las otras dos a la circulación, impura y en malas condiciones para alimentar los órganos del cuerpo, que perdurando en este estado, van debilitándose poco a poco no pudiendo cumplir sus funciones y produciéndose las enfermedades.

Además, no ejercitándose más que una tercera parte de los pulmones, permanecen las otras dos inactivas, sirviendo de albergue a los innumerables microbios que por todas partes nos amenazan y especialmente a los de la tuberculosis que encuentran en los vértices pulmonares inactivos, el terreno abonado para su labor aniquiladora.

La mayoría y las más graves de las enfermedades son producidas por insuficiencia respiratoria, causada por el funcionamiento incompleto de los pulmones.

Más de 50.000 españoles mueren tuberculosos cada año, sin incluir en esta abrumadora cifra, el gran contingente producido por las demás enfermedades del aparato respiratorio, víctimas de *no saber respirar el aire necesario para su vida.*

A vigorizar los pulmones y desarrollarlos para que funcionen totalmente y puedan purificar *toda* la sangre necesaria para que nuestro organismo produzca el *máximum* de rendimiento útil; a normalizar las funciones digestivas y circulatoria alimentando sus órganos con la cantidad *suficiente* de sangre pura, para evitar las enfermedades, tienden estas líneas.

Las naciones que van a la cabeza de la cultura, Suiza, Alemania, Bélgica, Francia, Estados Unidos, Japón e Inglaterra, dedican una atención extremada, al empleo de *aire*, del *sol* y del *agua* como agentes terapéuticos.

En todos estos países, existen buen número de establecimientos de curación y de reposo, en los que sirven de base al tratamiento de las enfermedades, los *baños de aire*, realizando en ellos curaciones prodigiosas.

Los Institutos de Cultura Humana establecidos en Nueva York, Chicago, San Francisco, Bruselas, Londres, París, Berlín y otras grandes capitales del mundo, fijan como punto de partida; para obtener el perfeccionamiento integral de la persona, su *desarrollo orgánico*, que se consigue por la elaboración de *buena sangre* y ésta la produce una respiración intensa.

La respiración completa, llena de aire toda la capacidad pulmonar, activando así todas sus dependencias; y llevando a todos los órganos del cuerpo, la cantidad suficiente de sangre pura, que es su alimento, los hace funcionar con regularidad, la normalidad orgánica se establece descartando toda probabilidad de enfermedad.

Siendo este el fin de la educación respiratoria, deben aprenderlas todas las personas de cualquier edad, sexo y condición: jóvenes y viejos, mujeres y hombres, sanos y enfermos.

Las personas obesas disfrutarán pronto de sus benéficos resultados, al cabo de poco tiempo de practicarla, observarán cómo va desapareciendo la grasa que las molestaba y recobrando su agilidad el cuerpo.

El niño a quien se acostumbre a respirar, profundamente haciéndole comprender las ventajas de esta función, adquirirá un capital inagotable de salud y vigor preservándole de *todas* las enfermedades con que se ve atacada y destruída la infancia.

Esta es una obligación primordial exigible en recta conciencia, a los padres y a los Maestros: enseñen a sus pupilos a respirar y cosecharán en breve tiempo productos muy superiores al valor del tiempo y del trabajo que dediquen a esta labor humanitaria.

Las personas ancianas que practiquen la Gimnasia pulmonar, activarán sus funciones de nutrición y haciéndose la circulación más intensa, fortalecerá el sistema muscular retrasando la arterio esclerosis.

No os canséis de respirar profundamente así convertiréis en hábito esta vitalísima función y en breve tiempo la practicaréis instintivamente, con la misma facilidad que movéis las piernas cuando marcháis.

Este es el medio de obtener el funcionamiento completo de los pulmones, que es la patente de salud en la persona.

Quien bien respira, bien vive.

Y aquí termino, reproduciendo una frase célebre pronunciada en el Parlamento británico, por el Jefe de aquel Gobierno, Mr. Gladstone en un magistral discurso, proponiendo que se declarase obligatoria la educación física en todos los establecimientos docentes de Inglaterra.

«El tiempo y el dinero empleados en vigorizar el cuerpo producen un interés muy superior a ningún otro negocio.»

José Toda.

Historia Natural

Los trabajos maternales de la «Ammophila hirsuta»; prodigios del instinto.

Apresurémonos a decir que esta «Ammophila» es un insecto vulgar semejante a una avispa.

Este insecto, como casi todos, cuida de la descendencia de una manera ingeniosa.

Las larvas de la «Ammophila necesitan alimentarse de la carne viva de un gusano gris que no es abundante. Y la «Ammophila» busca al gusano, lo domestica, lo esclaviza, para que sirva dócilmente de sustento a las larvas. ¿Puede darse nada más interesante?

Fabre, el más admirable y portentoso de los observadores de insectos, describe de esta manera las hazañas de la «Ammophila»:

«1.° Una vez hallado el gusano gris, lo coge la «Ammphila» por la nuca con las encorvadas tenazas de sus mandíbulas. Defiéndese el atacado con vigor; enreda y desenreda, presa de las más violentas convulsiones, los anillos del cuerpo, produciendo serias sacudidas, que esquiva el insecto, parándose a conveniente distancia. En esta lucha, el aguijón de la «Ammophila» busca la articulación que separa el primer anillo de la cabeza del gusano, en un punto donde la piel es más fina, y lo clava, ahondando en la herida.

2.° De pronto abandona al gusano la «Ammophila» y cae en tierra, ejecutando movimientos desordenados, rodando sobre un costado, con estremecer de sus miembros y zumbir de sus alas. Parece atacado de muerte próxima. Mas he aquí que el insecto se apacigua gradualmente; se frota las antenas, se limpia las alas y vuelve contra su víctima. Lo que creíais convulsiones de una muerte inminente eran simplemente manifestaciones frenéticas de entusiasmo por el encuentro y por la victoria.

3.° La «Ammophila» vuelve a la carga y clava sucesivamente el aguijón en las articulaciones del gusano; éste apenas opone resistencia; está ya vencido. En total clava nueve veces el aguijón en otras tantas articulaciones.

4.° Terminada la operación anterior, la «Ammophila» abre sus mandíbulas, aprisiona con ellas la cabeza del gusano y la golpea mesuradamente, pero sin herirla. Sucédense estos golpes y estas presiones con lentitud estudiada. Deja descansar al gusano. Luego vuelve a la tarea, que es muy delicada, pues hace falta que el gusano viva, pero que quede absolutamente inofensivo, incapaz de oponer resistencia alguna. Cuando ha conseguido esto, la «Ammophila» coloca la larva sobre el gusano, y éste la alimenta; la larva vive a costa del gusano, de la carne de éste, que no se defiende ni se resiste.»

¿Qué ha conseguido la atrevida y sabia «Ammophila» con sus operaciones complicadas? Una cosa verdaderamente admirable; ha conseguido paralizar los centros nerviosos del gusano, dejándole exclusivamente aquéllos absolutamente precisos para que no muera, pero privándole de todo medio de defensa.

De esta manera, la «Ammophila» ha domesticado al gusano, lo ha esclavizado, lo ha convertido en nodriza apacible e inocente de sus hijos.

El hombre, con su decantada ciencia, no ha conseguido todavía dominar de una manera tan rápida, tan completa, tan decisiva, a ninguno de sus animales domésticos; y es que, estudiando los maravillosos instintos de los animales, se encuentran rasgos tan asombrosos, que dejan en mantillas las más agudas concepciones de la inteligencia humana.

Matemáticas

Solución a los problemas propuestos el 3 de noviembre; problemas nuevos.

1.°

Los políticos han andado toda la semana trabajando para formar un Gobierno de concentración con nueve personas, y ha sido difícil conseguirlo; suponiendo que hay 50 ex ministros dispuestos a volver a serlo (pasan seguramente) y que se trata de un Gobierno de concentración, es decir, formado por ex ministros de los diferentes partidos y grupos, se pregunta cuántos Gobiernos se pueden formar con esos 50 ex ministros, de modo que se diferencien en las personas o en la distribución de carteras.

Razonamiento. — Designemos cada uno de los 50 ex ministros con una letra *a*, *b*, *c*... *A*, *B*...

Tomemos la letra o ex ministro *a*, y pongamos a su derecha, sucesivamente, los 49 restantes; evidentemente resultarán grupos *ab*, *ac*, *ad*... *aA*, etc., hasta 49. Tomamos la letra o ex ministro *b*, ponemos a su derecha los 49 restantes y resultará *ba*, *bc*... *bA*... Y como son 50 las letras y de cada una de esas 50 resultan 49 grupos, resultarán en total

$$50 \times 49 \text{ grupos de dos.}$$

Prosigamos: Tomemos ahora uno de estos grupos de dos ex ministros, el *ab*, es evidente que quedan 48 ex ministros fuera; si a la derecha del grupo *ab*, ponemos, sucesivamente, uno a uno, los 48 resultarán

abc, abd... abA, hasta 48.

Por consiguiente, de cada grupo de dos ex ministros *ab* resultan 48 de tres, y como el número de grupos de dos, era 50 × 49, resultarán

$$50 \times 49 \times 48 \text{ grupos de tres.}$$

Siguiendo el mismo razonamiento se ve que cuando tomemos un grupo de tres, quedarán 47 ex ministros fuera de él, y así el número de grupos *abcd*, de cuatro letras será el resultado de multiplicar por 47, el número de grupos de tres.

Calcularemos de igual manera el de 5, el de 6, el de 7, el de 8 y el de 9 y para esto llegaremos al siguiente producto:

$$50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44 \times 43 \times 42$$

Solución.—Haciendo este producto llegamos al número enorme de

909.171.781.056.000

Observación. — D. Telesforo Monzábal, de Benaguacil (Valencia), que nos remite una excelente solución, nos hace observar que, suponiendo que para proponer un Gobierno, se necesitan cinco ministros ¡bien poco es! para proponer todos los Gobiernos posibles se necesitaría la friolera de 8.648.894.416 años; esto es, no haciendo otra cosa, ni comer, ni pasear, ni dormir... ¡De modo que, si se les ocurre proponer a todos los Gobiernos posibles, ya hay para rato!

Verdaderamente es curioso y sorprendente el número tan prodigioso de grupos que pueden formarse con cincuenta personas.

Ampliación.—Los que quieran estudiar esta cuestión más a fondo, pueden consultar el Tratado de Algebra, por Ascarza, página 144; o cualquiera otro que trate de la teoría de combinatoria.

2.°

El último Maestro de la categoría de 1.000 pesetas ocupa el núm. 9.582 del Escalafón general; se pregunta cuántas cifras han sido necesarias para componer todos los números naturales hasta el citado y cuál es la suma de todos esos números.

Razonamiento. — Si escribimos, o simplemente si suponemos escritos, los números desde el 1 al 9.582 veremos que hay

9 de una cifra...	9
90 de dos 90 × 2 = ...	180
900 de tres 900 × 3 = ...	2.700
9.582—999 a cuatro o sea 8.583×4=	34.332
Total...	37.221

Otra solución.—Supongamos escritos los números en columna desde el 1 al 9.582, ambos inclusive, y rellenemos las columnas con puntos para que todas tengan cuatro signos. El número total de signos (cifras y puntos) será evidentemente

$$9.582 \times 4 = 28.328.$$

Pero en la columna de las decenas habremos puesto 9 puntos, en las centenas 99, en la de los millares 999, y, por consiguiente, el número de cifras será

$$28.328 - (9 + 99 + 999) = 37.221.$$

Suma.—La de todos estos números, desde el 1 al 9.582 será la de una progresión aritmética que empieza por 1 y termina por el 9.582.

Escribamos sus términos primero en el orden directo y luego debajo en el inverso, y tendremos

1	2	3	9.581	9.582
9.582	9.581	9.580	2	1

Si sumamos los dos términos puestos en columna (que son los equidistantes), tendremos siempre 9.583 y como hay tantas sumas como términos, resultará llamando S a la suma

$$2\,S = 9.583 \times 9.582$$

$$S = \frac{9.583 \times 9.582}{2} = 45.912.153$$

Ampliación.—Véase cualquiera Aritmética o Algebra que trate fundamentalmente las progresiones aritméticas. Ejemplo, Algebra, por Ascarza, pág. 167.

3.°

Se autoriza a un obrero para apropiarse todo el terreno que pueda abarcar o cerrar con una cuerda o longitud de 5.000 metros; se pregunta qué figura geométrica le conviene para obtener la mayor superficie posible y cuál será el área en metros cuadrados del terreno apropiado.

Razonamiento.—Hagamos notar que la figura buscada ha de ser convexa; si tuviese alguna porción cóncava podría hacerse de esa parte, un rebatimiento hacia el exterior, y, sin variar el perímetro, encerraría un área mayor.

Si tomamos un polígono cualquiera, por ejemplo el cuadrilátero, veremos que el área mayor corresponde al cuadrilátero regular; ejemplo: un rectángulo de 2.000 m. de base y 500 de altura, tiene de perímetro 5.000 m. como se pide y da una área de

$$2.000 \times 500 = 1.000.000 \text{ m.}^2$$

El cuadrado de 1.250 m. de lado tiene el mismo perímetro y da una área de

$$1.250 \times 1.250 = 1.562.500 \text{ m.}^2$$

Reduzcamos, pues, el problema al estudio de los polígonos o figuras convexas regulares y el problema se nos presenta bajo esta forma: ¿cuál es el polígono regular de mayor área, para el mismo perímetro?

Recordemos, ahora, este otro: el área de un polígono regular cualquiera es igual al semiperímetro multiplicado por la apotema.

En nuestro caso el semiperímetro es una cantidad constante: es siempre 2.500 m.; la cuestión queda reducida a hallar el valor máximo de la apotema.

En el estudio de los polígonos isoperímetros, llamando a y r a la apotema y al radio de uno de ellos, se llega a esta conclusión: la apotema a' del polígono isoperímetro de doble número de lados es

$$a' = \frac{1}{2}(a + r)$$

La apotema es una perpendicular desde el centro del polígono, el radio es una oblicua; por consiguiente, el radio es siempre mayor que la apotema.

Según esto, es evidente que a', semisuma de $a + r$, es siempre mayor que a, o sea que la apotema del octógono regular es mayor que la del cuadrado; y la la del polígono de 16 lados mayor que la del de 8; y la de 32, mayor que la del 16, etc., etc. Efectivamente; partiendo de un cuadrado que tenga 1 m. de lado o sea 4m. de perímetro, tendremos los siguientes valores de la apotema para los polígonos isoperímetros, es decir, de 4 metros.

Polígonos de	4 lados	. . .	0,5000000 m.
Idem de	8 »	. . . .	0,6035534 »
Idem de	16 »	. . . .	0,6284174 »
Idem de	32 »	. . . .	0,6345731 »
Idem de	64 »	. . . .	0,6361083 »

Queda con esto demostrado que la apotema crece indefinidamente a medida que aumenta el número de lados: y seguirá creciendo evidentemente hasta que ese número sea infinito y la apotema sea igual al radio, es decir, *hasta que el perímetro se convierta en una circunferencia.*

Conclusión.—El círculo es el polígono isoperímetro de área máxima, y esa es la figura que el obrero debe elegir.

Solución.—Sabemos que el radio de una circunferencia es

$$r = \frac{C}{2\,\pi}$$

y como en el caso nuestro C = 5.000 m. tendremos

$$r = \frac{5.000}{2\,\pi} = 795{,}8 \text{ m.}$$

Área del círculo

$2.500 \times 795{,}8 = 1.989.500$ m.²

que será el área del terreno cedido al obrero.

Observación.—Si hacemos el cálculo del área correspondiente a los polígonos regulares convexos isoperímetros de 4, 8, 16, 32 y 64 lados, tendremos:

Valores de la apotema para el perímetro común de 5.000 metros.

De 4 lados	$1.250 \times 0{,}5000000 =$	625	m.
De 8 »	$1.250 \times 0{,}6035534 =$	754,447	»
De 16 »	$1.250 \times 0{,}6284174 =$	785,520	»
De 32 »	$1.250 \times 0{,}6345731 =$	793,216	»
De 64 »	$1.250 \times 0{,}6361033 =$	795,437	»

Areas correspondientes de estos polígonos

De 4 lados	$2.500 \times 625 =$	1.562.500	m.²
De 8 »	$2.500 \times 754{,}447 =$	1.886,117,5	»
De 16 »	$2.500 \times 785{,}520 =$	1.963,800	»
De 32 »	$2.500 \times 793{,}216 =$	1.983,304	»
De 64 »	$2.500 \times 795{,}437 =$	1.988,592,5	»
Círculo...	=	1.989,500	»

Estos números comprueban además que el círculo es, efectivamente, el máximo.

Ampliación. — Los que deseen ampliar este punto y estudiarlo más a fondo pueden consultar el «Tratado de Geometría», por Ascarza, págs. 244 y siguientes, o cualquiera otra que estudie estos problemas fundamentalmente.

*
* *

Una pregunta. — Para reducir kilogramos a arrobas, nosotros dividimos por 11,502, y hemos visto que muchas gentes, que ignoran el sistema métrico siguen la siguiente regla empírica: multiplican los kilogramos por el número fijo 87, y del producto separan tres cifras; la parte entera son arrobas, y la decimal, hasta centésimas, representan cuarterones. Ejemplo: 240 kilogramos son

$$240 \times 87 = 20.880,$$

y separando tres cifras 20,88 arrobas.

¿De dónde sale ese número 87 y qué relación tiene con el sistema métrico? (F. J.).

Respuesta.—Dividir por 11,502 kilogramos que tiene la arroba es lo mismo que multiplicar por su inverso, o sea

$$\frac{240}{11{,}502} = 240 \times \frac{1}{11{,}502}$$

Esto es evidente. Ahora bien; reduzcamos a decimal la fracción dada, y tendremos:

$$1 : 11{,}502 = 0{,}087,$$

aproximadamente. Según esto, el mismo resultado aproximado obtendremos multiplicando por 0,087 que dividiendo por 11,502. Mas para multiplicar por 0,087 se considera este número como entero y se separan tres cifras. Esa es precisamente la regla práctica que siguen en la región de nuestro interpelante, regla que nosotros desconocíamos. Claro está que las centésimas de arroba son cuarterones. Si el lector comprueba la división anterior, hallará que el 0 087 es aproximado por exceso, de suerte que los resultados son un poco elevados.

Problema de cristianos y turcos.—A la invitación que hacíamos para componer una frase española que exprese la distribución de cristianos y turcos, representando la a 1, la e 2, la i 3, la o 4 y la u 5, contestan varios suscriptores con estas frases:

Yo tuve la vida alegre tía Teresa.

(Pablo de Aguilera, de Porcuna (Jaén).

Con vuelias, sin hablar,
eches mitad en el mar.

(Ricardo Mallen, de Calamocha (Teruel).

No vuelvas mi capa entre día, Elena.

(Dionisio Garijo).

Nuevos problemas.

Un quidam preguntó a Pitágoras:

—¿Qué hora es?

Y el célebre matemático griego le contestó:

—Faltan todavía del día dos veces los dos tercios de lo que ha transcurrido.

¿Qué hora era, contando el día 24 horas, a partir de las 12 de la noche?

——

Hoy, 17 de noviembre de 1917, es sábado; ¿qué día de la semana fué el 12 de octubre de 1492, fecha del descubrimiento de América por Cristóbal Colón?

——

Construir circunferencias que satisfagan a las condiciones que se establecen en los párrafos siguientes: 1.º, que pase por dos puntos y sea tangente a una recta dada; 2.º, que sea tangente a una recta y a una circunferencia en un punto de ésta; 3.º, que sea tangente a dos rectas, dándose en una de ellas el punto de tangencia; 4.º, que pase por un punto dado y sea tangente a dos rectas también dadas. (Se piden las resoluciones gráficas y el razonamiento de las mismas.)

Revista de mercados

Precios corrientes que pueden utilizarse para problemas de actualidad.

Fondos públicos.—Las cotizaciones últimas son las siguientes:

Deuda 4 por 100 interior: serie F (50.000 pesetas), 76.50; E (25.000 pesetas), 76.55; D (12.500 pesetas), 76,65; C (5.000 pesetas), 77,40; B (2.500 pesetas), 77,35; A (500 pesetas), 77,30

Deuda 4 por 100 exterior: serie F (24.000 pesetas), 84,50; E (12.000 pesetas), 84,50; D (6.000 pesetas), 84,80; C (4.000 pesetas), 84,80; B (2.000 pesetas), 84,90; A (1.000 pesetas), 85,50.

Deuda 4 por 100 amortizable: serie C (5.000 pesetas), 88.50; B (2.500 pesetas), 88,50; A (500 pesetas), 88,50.

Deuda 5 por 100 amortizable: serie E (25.000 pesetas), 95,80; D (12.500 pesetas), 95,80; C (5.000 pesetas), 96,15; B (2.500 pesetas), 96,15; A (500 pesetas), 96,35.

Otros títulos: Banco de España, 480; Compañía de Tabacos, 292; Azucareras preferentes, 93,0.

Moneda extranjera: francos, 74,20; libras esterlinas, 20,32.

Trigos.—He aquí los precios comparados, de 1.° de año y actual, expresados en reales por fanega:

	1.° enero.	*Actual.*
Valladolid...	62,50	74,75
Medina...	61,50	72
Arévalo...	61,00	73
Salamanca...	63.00	72
Barcelona...	63,00	75

La elevación salta a la vista y no necesita comentarios. La «Gaceta» ha publicado anteayer una Real orden del Ministro de Hacienda que trata de poner coto a la carestía.

Centeno.—He aquí comparados los precios, en la misma forma expuesta para el trigo:

	1.° enero.	*Actual.*
Valladolid...	51	56
Arévalo...	49	54
Burgos...	49	54
Palencia...	49	55
Salamanca...	50	58
Zamora...	50	53

Harinas.—Valladolid, extra superiores 53,50 a 54 pesetas 100 kg.; de primera calidad, 52,50 a 53: de segunda, a 51,50.

En toda Castilla (Medina, Aranda, Zamora, etc.), los precios son análogos o ligeramente más bajos.

En Barcelona se cotizan: extra blanca, número 1, 58 a 59 pesetas; superfina blanca, núm. 2, 53 a 55 pesetas, y proporcionalmente las demás clases.

Cebada.—Adquiere precio muy elevado, como son los siguientes: Valladolid, 50 reales fanega; Benavente, 48; Arévalo, 49; Toro, 50; Zamora, 50 a 51; Salamanca, 50 a 52, y Burgos, 50.

Otros granos.—El maíz ha subido ligeramente a causa de la escasez; en Barcelona se paga de 40 a 41 pesetas los 100 kg.; en Sevilla, a 41.

Las alubias en Barcelona se pagan: de Valencia, Pinet nuevas 75 a 80 pesetas 100 kg.; de Castilla, de 78 a 80; cocorrosas, Castilla, de 63 a 64.

En León se pagan las alubias blancas a 29,50 fanega y las pintas a 23; en Belorado y Lerma, las blancas a 30 y en Peñaranda a 32.

El arroz, en Valencia: Amonquili Benlloch, número 00, de 59 a 60 pesetas 100 kilogramos; con ligera baja de precios. En Barcelona la misma clase, de 67 a 74.

Aceites.—Sigue con precios muy firmes: en Sevilla, corrientes, buena clase, de 19 a 19,50 pesetas arroba de 11,5 kg.; clase inferior, 18 a 18,50. En Valencia, a 19 y a 20 pesetas arroba. en Barcelona, andaluz superior, 167 a 171 pesetas los 100 kilogramos. De Tortosa inferior, 165 a 167 pesetas los 100 kg. De Aragón, 182 a 186. De Lérida, 169 a 171.

En la Mancha, Valencia, Alicante y Toledo, de 20 a 21 pesetas arroba. En Alcañiz y Caspe, de 28 a 29 pesetas cántaro de 15 kg.

Ganado.—En Madrid se han cotizado: cebones, a 28 pesetas arroba canal (2,44 pesetas kg.); vacas, 27,50 pesetas arroba (2,39 kg.); carneros, 2,70 pesetas kg.; ovejas, 2,60.

Ternera de Castilla, de 35 a 40 pesetas arroba canal; montañesas, de 32,50 a 37,50; asturianas, de 30 a 31,25; lechales, a 2,75 pesetas kg.

Carne de cerdo, de 2,35 a 2,45 pesetas kilogramo canal, y de 23,50 a 24 pesetas arroba en vivo.

Lanas.—En Lerma, lana blanca lavada, a 60 pesetas arroba; sucia, a 35, y a este tenor está en todos los mercados, con tendencia a sufrir todavía mayor elevación de precios.