

BOLETIN OFICIAL

DE LA PROVINCIA DE LAS BALEARES.

Suplemento al Boletín núm. 3153

Gobierno Civil de la provincia
DE LAS BALEARES

Sección de Fomento.—Instrucción pública.—En la Gaceta de Madrid del día 31 de Marzo último se hallan la orden de la Dirección general de Instrucción pública y los programas de asignaturas que se insertan á continuación para su publicidad en la provincia.
Palma 5 Abril de 1887.

El Gobernador,
Arturo de Madrid-Dávila.

PROGRAMA DE ARITMETICA

NUMERACION.

De la cantidad.—Su definición y diversas formas aritméticas.—Unidad. Teoría de la numeración en general.—Su aplicación á los sistemas decimal, binario y duodecimal. Ejercicios en cada uno de estos sistemas.

OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS.
Adición y sustracción.—Complemento aritmético.

Multiplicación.—Teoría general.—Reglas para casos particulares.
Potencias de los números.—Teoría general.—Cuadrado.—Cubo.
Division.—Teoría general.—Reglas para casos particulares.
Raíces.—Cuadrada.—Cúbica.

DIVISIBILIDAD DE LOS NUMEROS.

Teoremas en que se funda la divisibilidad de un número por otro.—Procedimiento general para averiguar los caracteres de divisibilidad por un número.—Caracteres de divisibilidad por 2^o, 3^o, 5^o, 7^o, 11^o.

Máximo común divisor.—Teoría general.—Investigación del máximo común divisor de dos ó varios números.

Mínimo común múltiplo.—Teoría general.—Investigación del mínimo común múltiplo de dos ó varios números.

Números primos ó primeros absolutos.—Números primos entre sí.—Teoremas de los números primos relativos á la divisibilidad y á la descomposición de un número en factores primos. Formación de una tabla de números primos.

Investigación de factores simples y compuestos de un número, y determinación del máximo común divisor y mínimo común múltiplo de varios

números empleando sus factores primos.

NUMEROS FRACCIONARIOS.

Definición y propiedades de las fracciones.—Sus formas ordinaria y decimal.—Reducción de fracciones á un común denominador.—Conversion de la forma ordinaria en decimal, y viceversa.

Operaciones de todas clases con las fracciones.

Razones y proporciones. Sus propiedades. Regla de tres, simple y compuesta, de compañía, de interés simple y de descuento.

Números concretos.

Suma, resta, multiplicación y división de los números complejos, tanto en el sistema antiguo como en el sistema métrico decimal de pesas y medidas.—Equivalencias.

Errores y aproximaciones.

Errores absolutos y relativos. Errores de la suma y diferencia de dos números aproximados.

Errores relativos del producto de varios números aproximados y del cociente.

Multiplicación y división abreviadas.

Ejercicios prácticos.

Ejemplos sobre todos los puntos relativos á las teorías anteriores.

PROGRAMA DE ALGEBRA

PRIMERA PARTE.—ALGORITMO ALGEBRAICO.

PRELIMINARES.

Representación de la cantidad en Algebra

Formas enteras.—Monomios y polinomios homogéneos.

Formas fraccionarias.

Formas complejas.—Su representación geométrica.

Cantidades positivas y negativas.—Su interpretación en los cálculos.

Operaciones con cantidades algebraicas.

Operaciones con formas enteras.

Suma y resta de polinomios.
Multiplicación de monomios y polinomios.

Division.—Division de dos monomios.—Interpretación de exponentes cero y negativos.—Division de polinomios.—Division por $x-a$ de un polinomio ordenado con arreglo á las potencias descendentes de x .—Regla para formar los coeficientes de los términos del cociente y del resto.—Aplicación á la división de $x^m \pm a^m$ por $x \pm a$.

Potencias y raíces de monomios.—Elevación de un monomio entero á una potencia cualquiera, y extracción de una raíz de cualquier grado.

Potencias y raíces de polinomios.—Elevación de un binomio á una potencia entera. Ley de los coeficientes.

Elevación de un polinomio á una potencia entera. Expresión del coeficiente de un término cualquiera.

Extracción de raíces de polinomios.

Operaciones con formas fraccionarias.

Fracciones.—Simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.—Relación de la suma de los numeradores y denominadores de una serie de fracciones cuando son iguales y cuando son desiguales.

Fracciones continuas.—Desarrollo en fracción continua de una cantidad algebraica ó numérica.—Cocientes incompletos.—Fracciones integrantes y reducidas.—Cálculo de las reducidas. Propiedades de las reducidas.—Cálculo del error en cada reducida.—Diferentes expresiones del error por exceso ó por defecto.—Definición de las fracciones continuas periódicas, puras y mixtas.—Reducidas intercalares: sus propiedades.

Operaciones con formas complejas.

Valores conjugados.

Operaciones.

Teoremas relativos á los módulos del resultado.

Operaciones con cantidades afectadas de exponentes fraccionarios y negativos.

Multiplicación, división, elevación á potencias y extracción de raíces.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

Cantidades primas en Algebra.—Determinación del máximo común

divisor y del mínimo común múltiplo de monomios y polinomios. Aplicación á las operaciones con fracciones.

PROGRESIONES

Teoría general.

Progresiones por diferencia ó aritméticas.—Expresión del término general.—Suma de un número cualquiera de términos.—Interpolación de un número dado de términos entre otros dos.

Progresiones por cociente ó geométricas.—Los mismos problemas que para las aritméticas.

Aplicación á los logaritmos.

Diferentes sistemas de logaritmos.—Base y módulo.—Explicación detallada del sistema decimal.—Característica y mantisa.—Características negativas y complemento logaritmico.

Explicación y manejo de las tablas ordenadas según el sistema adoptado en las de Callet.—Encontrar números y logaritmos de números que no se hallen en las tablas.—Cálculo logaritmico.

FUNCIONES

Funciones algebraicas y trascendentes.

Definición y clasificación.—Clasificación de las trascendentes elementales.—Division en funciones de una ó de muchas variables.—Funciones de funciones.—Funciones compuestas.—Funciones implícitas.—Funciones inversas.

Continuidad de las funciones.—Manera de conocer si una función es continua ó discontinua para un valor dado de la variable ó variables.—Continuidad de las funciones algebraicas enteras y racionales.

Derivadas.

Límite de una función.—Límite de una suma, un producto ó un cociente de variables.

Derivadas.—Derivada parcial y total.

Derivadas de x^m , a^x , $\log x$.

Derivadas de funciones de funciones, implícitas, compuestas é inversas.—Aplicación á la derivada de una suma, producto, cociente ó potencia de las funciones.—Teorema de Euler

relativo á las derivadas de funciones homogéneas. Derivadas de diversos órdenes de una función de una variable.—Derivada de orden cualquiera del producto de dos funciones.—Derivadas parciales de distintos órdenes de una función de muchas variables.

Desarrollo de una función entera y racional de una variable por la fórmula de Taylor.

SEGUNDA PARTE.—Aplicación del algoritmo algebraico á la resolución de ecuaciones e inecuaciones.

PRELIMINARES

Igualdad y desigualdad.

Definiciones de la identidad, igualdad, equivalencia, ecuación e inecuación.—Ecuaciones de una ó de varias incógnitas.—Grado de una ecuación.

Ecuaciones equivalentes.—Transformaciones para reemplazar una ecuación por otra equivalente.—Desaparición de los términos fraccionarios.—Desaparición de los radicales de segundo grado.

Combinación de las ecuaciones.—Sistemas equivalentes.

Transformaciones de las inecuaciones.—Combinaciones de las inecuaciones.

RESOLUCION ALGEBRAICA DE LAS ECUACIONES.

Ecuaciones e inecuaciones de primer grado.

Resolución de una ecuación ó de una inecuación de primer grado con una incógnita.—Interpretación de las soluciones.

Caso de varias ecuaciones.

Sistemas determinados.—Diferentes métodos de eliminación.

Discusión de los valores de las incógnitas.—Condiciones de incompatibilidad de las ecuaciones.

Ecuaciones homogéneas de primer grado.—Valores de las incógnitas y relaciones entre ellas.—Relaciones entre los coeficientes para que sean compatibles las ecuaciones.

Sistemas más que determinados.—Ecuaciones de condición entre los coeficientes.

Sistemas indeterminados.—Casos de una ó más ecuaciones.—Condiciones para la resolución en números enteros.—Resolución por el método general y de fracciones continuas.

Resolución de varias inecuaciones con varias incógnitas.

Ecuaciones de segundo grado.

Resolución de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Discusión de las fórmulas y casos particulares.

Aplicación de las fórmulas á la discusión de un trinomio de segundo grado.

Resolución de las ecuaciones bicuadradas.

Sistemas determinados con dos incógnitas.—Preparación del sistema para facilitar la resolución.—Discusión de las fórmulas.

Ecuación exponencial.

Resolución de la ecuación exponencial por el método de las fracciones

continuas.—Condiciones para que la incógnita sea conmensurable.

Ecuaciones binomias.

Resolución de las mismas.

Aplicaciones.

Investigación de una fracción comprendida entre otras dos y expresada por los números más sencillos.

Simplificaciones.

Transformación de los valores de $\sqrt{A} \pm \sqrt{B}$ en la suma ó la diferencia de los radicales sencillos de segundo grado. Problemas de interés compuesto y anualidades.

Exposición de las propiedades de los logaritmos y cálculos de los mismos por la ecuación exponencial.

RESOLUCION NUMERICA DE LAS ECUACIONES.

Caso de una sola ecuación.

Principios generales.—Teorema de D. Alembert.—Corolarios.—Funciones simétricas de las raíces.

Transformación de ecuaciones.—Dada una ecuación, hallar otra cuyas raíces tengan una relación dada con las de la propuesta.—Ecuación de los cuadrados de las diferencias.

Teoría de las raíces iguales.—Condición para que una ecuación tenga raíces iguales.—Descomposición de una ecuación que tiene raíces múltiples en otras, cada una de las cuales tenga por raíces las de la propuesta de un mismo grado de multiplicidad.

Límites de las raíces de una ecuación.

Límite superior de las raíces positivas obtenido en función del mayor coeficiente negativo.—Caso en que el segundo término es el único negativo.

Límite superior de las raíces positivas en función de los coeficientes del segundo y tercer término, cuando son los únicos negativos.

Determinación de otro límite superior en función del primer coeficiente negativo.—Límite superior que se obtiene en función del mayor coeficiente negativo y del mayor positivo.

Método de Bret.

Procedimiento de Newton para encontrar el límite superior de las raíces positivas.

Determinación de límites inferiores de las raíces positivas.

Determinación del límite superior e inferior de las raíces negativas.

Límites de los módulos de las raíces imaginarias.

Investigación de las raíces conmensurables.

Separación de raíces.—Teoremas de Sturm, Boudan, Fourier, Rolle y Descartes.

Aproximación en el cálculo de raíces inconmensurables. Métodos de Lagrange, Newton y de las medias aritméticas.

Investigación de las raíces imaginarias por uno cualquiera de los procedimientos usuales.

Casos de varias ecuaciones.

Sistemas de ecuaciones.—Definición de un sistema de ecuaciones.—Siste-

mas de ecuaciones en que entra una sola incógnita.—Definición de resultante.—Grado de la resultante de dos ecuaciones con relación á los coeficientes de aquéllas.—Formación de la resultante por uno cualquiera de los procedimientos generalmente empleados.

Raíces comunes de dos ó más ecuaciones.

Condición para que dos ó mas ecuaciones tengan cierto número de raíces comunes.—Ecuación que tiene por raíces las que lo son á la vez de las propuestas.

Eliminación en general.

Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.—Definición de la eliminante ó ecuación final.—Grado de la ecuación final.—Formación de la misma por uno cualquiera de los procedimientos generalmente empleados.

Fracciones racionales.

Su descomposición en fracciones más sencillas, cuyos denominadores sean los factores primos del denominador de la fracción propuesta.

TERCERA PARTE.—ALGORITMO COMBINATORIO Y DE LA FORMA.

Cálculo combinatorio.

Inversiones y permanencias.—Alteración del número de inversiones y permanencias por el cambio de lugar de dos elementos y por la traslación de un elemento á un número dado de lugares.

Permutaciones, coordinaciones y combinaciones.—Manera de formarlas.—Mutación circular.

Fórmulas que dan el número de permutaciones, coordinaciones y combinaciones de un número cualquiera de objetos sin repetición.—Si m objetos se combinan de manera que sólo entren n en cada combinación, el número de ellas es el mismo que combinándolas de manera que entren $m-n$.

Matrices.

Matrices.—Su definición y diferentes clases.—Elementos, líneas y columnas de una matriz.—Notaciones.

Matrices semejantes.—Diagonal, principal y secundaria.—Líneas y elementos conjugados.

Matrices regulares, simétricas, pseudosimétricas, hemisimétricas.

Determinantes.

Determinantes.—Definición.—Grado de la determinante.—Determinantes menores.—Característica y complemento algebraico de una menor ó de un elemento.

Desarrollo de una determinante.—Desarrollo de una determinante en suma de productos de menores.—Número de términos y su composición.

Transformaciones de las determinantes. Valor de la determinante cuando se cambian las columnas en líneas y las líneas en columnas; cuando una línea ó columna cambia de lugar ó permuta con otra; cuando á una línea ó columna se agregan una ó varias

líneas ó columnas multiplicadas por un factor.

Resultado de la determinante de multiplicar ó dividir por un factor una columna ó línea.

Aplicación de los teoremas anteriores al cálculo de las determinantes.

Suma, resta, multiplicación y división de determinantes.

Determinantes recíprocas ó adjuntas.

Aplicación de las determinantes á la resolución de ecuaciones de primer grado.—Resultado de dos ecuaciones por el método dialítico de Sylvester.

Sustitución lineal.

Definición.—Módulo de la sustitución.—Sustitución unimodular.

Sustitución ortogonal; definición.—Suma de los cuadrados de los elementos de una columna del módulo, y de los productos binarios de los de dos columnas.—Valores del módulo.—Suma de los cuadrados de los elementos de una línea, y de los productos binarios de los de dos líneas.

ALGORITMO DE LA FORMA

Definición y clasificación de una forma.—Representaciones simbólicas.

Discriminantes: sus propiedades y aplicación á la resolución de ecuaciones.

Invariantes.

Funciones Hessiana y Jacoviana.

Covariantes y contravariantes; sus propiedades.

Formas canónicas.

Ejercicios prácticos.

Ejemplos sobre todos los puntos relativos á las teorías anteriores.

PROGRAMA DE GEOMETRÍA ELEMENTAL

PRIMERA PARTE.—GEOMETRÍA EN EL PLANO.

LÍNEA RECTA

Rectas y ángulos.

Definiciones y principios fundamentales sobre rectas y ángulos.

Triángulos.

Triángulos.—Definiciones.—Propiedades de los lados.—Igualdad de triángulos.—Relaciones entre los lados de un triángulo y los ángulos opuestos.

Perpendiculares y oblicuas.

Relaciones en posición y magnitud de las perpendiculares y oblicuas que parten de un mismo punto.—Lugar geométrico de los puntos equidistantes de otros dos.—Distancia de un punto á una recta.—Igualdad de triángulos rectángulos.

Paralelas.

Relaciones entre los ángulos formados por dos paralelas y una secante.—Igualdad de los segmentos de paralelas comprendidos entre paralelas.—Relaciones de magnitud entre ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares.

Polígonos en general.

Polígonos cóncavos y convexos.—Magnitud relativa de dos líneas poligonales y convexas cuando una envuelve á la otra y tienen ambas las mismas extremidades.—Suma de los ángulos interiores ó exteriores de un polígono convexo.

Paralelogramos.

Propiedades y relaciones.—Relaciones entre los lados opuestos.—Relacion entre los ángulos.—Propiedades de las diagonales.

CIRCUNFERENCIA DE CIRCULO

Arcos y cuerdas.

Definiciones y propiedades de los arcos, las cuerdas, diámetros y centro de la circunferencia.

Tangentes á la circunferencia.

Sus propiedades y relaciones con los demás elementos de la circunferencia.

Posiciones mutuas de dos circunferencias y relaciones entre sus radios y demás elementos.

Medida de ángulos.

Medida de magnitudes angulares.—Medida de un ángulo por los arcos que sus lados interceptan en una circunferencia, cualquiera que sea la posición de su vértice.—Lugar geométrico de los puntos desde los cuales se ve un trozo de recta en un ángulo dado.—Condición para que un cuadrilátero convexo sea inscriptible en una circunferencia.

Construcción de ángulos y triángulos.

Problemas.—Trazar una recta que pase por un punto y forme con otro un ángulo dado.—Casos particulares de perpendicularidad y paralelismo.—Construcción de triángulos, dados los lados y ángulos suficientes para determinarlos.—Construir un polígono igual á otro.—Dividir un arco á un ángulo en dos partes iguales.—Describir una circunferencia que pase por tres puntos dados.

Tangentes.

Problemas.—Por un punto dado trazar las tangentes á una circunferencia.—Trazar una circunferencia tangente á tres rectas.—Describir sobre una recta dada un segmento capaz de un ángulo dado.—Trazar las tangentes comunes á dos circunferencias; discusión del resultado.—Por un punto dado trazar una secante á una circunferencia tal que la cuerda interceptada sea igual á una recta dada.—Dadas dos circunferencias, trazar una transversal de manera que las cuerdas determinadas en cada una sean iguales á líneas dadas.—Trazar una circunferencia que pase por un punto y sea tangente á una recta ó á una circunferencia en un punto dado.—Trazar una circunferencia de radio dado, tangente á una recta y á una circunferencia ó á dos circunferencias.

PROPORCIONALIDAD Y SEMEJANZA

Líneas proporcionales.

Posiciones relativas de los dos puntos que dividen una recta en una rela-

cion dada.—Proporcionalidad de los segmentos.—Relacion de los segmentos determinados sobre un lado de un triángulo por la bisectriz del ángulo opuesto exterior ó interior.—Lugar geométrico de los puntos cuyas distancias á dos fijos están en una relacion dada.

Líneas proporcionales en el círculo.

Propiedades de las rectas antiparalelas con relacion á un ángulo.—Relacion entre los segmentos de todas las secantes á una circunferencia que pasan por un mismo punto. Caso particular en que el punto es exterior y una de las secantes se convierte en tangente á la circunferencia.

Semejanza de polígonos.

Condiciones de semejanza en dos polígonos.—Condiciones de semejanza en dos triángulos relativas á sus lados y ángulos.—Líneas medianas en un triángulo.—Relacion entre los perímetros de dos polígonos semejantes y dos rectas homólogas.

Relaciones métricas entre las diferentes partes de un triángulo.

Relaciones entre la perpendicular bajada á la hipotenusa de un triángulo rectángulo desde el vértice del ángulo recto, los segmentos de la hipotenusa y los tres lados.—Relacion entre los cuadrados de los tres lados de un triángulo rectángulo.—Expresion que da un lado de un triángulo oblicuángulo en funcion de los otros dos y de la proyeccion del uno sobre el otro.

Problemas relativos á líneas proporcionales.

Problemas.—Dividir una recta en partes iguales ó proporcionales á rectas dadas.—Construcción de la escala de transversales.—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una medida proporcional á dos rectas dadas.—Trazar por un punto dado una recta que concorra con otras dos no prolongables hasta su punto de interseccion. Por un punto dado trazar una recta tal, que las partes comprendidas entre el punto y los lados del ángulo sean proporcionales á rectas dadas.—Dividir una recta dada en media y extrema razón.—Sobre una recta dada construir un polígono semejante á otro dado.—Construir un polígono semejante á otro, y cuyo perímetro sea igual á una recta dada.

Transversales.

Segmentos.—Regla de los signos.—Relacion entre los segmentos que determina una transversal en los tres lados de un triángulo por las tres rectas que se obtienen uniendo un punto cualquiera con los tres vértices.—Recíproca.

Figuras homotéticas.

Homotesia.—Relaciones de posición y magnitud entre las rectas que unen dos puntos homólogos de dos figuras homotéticas.—Condiciones necesarias para que dos figuras situadas en un

plano sean homotéticas.—Dos sistemas homotéticos á un tercero, homotéticos entre sí.

Semejanza.—Definiciones y principios generales.—Determinacion del centro de semejanza de dos figuras.

HOMOGRAFIA

Relacion anarmónica de cuatro puntos.

Definiciones.—Notaciones.—Fórmulas que ligan las diferentes relaciones anarmónicas de cuatro puntos.—Dados tres puntos en una recta, determinar gráficamente en ella un cuarto punto conjugado con uno de los dados, conocida la relacion anarmónica de los cuatro.

Relacion anarmónica de cuatro rectas que pasan por un punto

Propiedades proyectivas de un haz de rectas y un sistema de puntos.—Dados tres radios de un haz, determinar gráficamente el cuarto conjugado con uno de los dados, conocida la relacion anarmónica de los cuatro radios.

Sistemas homográficos

Propiedades y relaciones.—Ecuacion de los sistemas homográficos, determinando la posición de los puntos por sus distancias respectivas á una cualquiera, tomado como origen en cada una de las dos divisiones. Significación de las coeficientes.—Determinada la homografía por tres puntos de una division y los tres homólogos conjugados de otra, hallar gráficamente en cada sistema los homólogos conjugados de puntos dados en el otro.—Determinacion gráfica en cada sistema de los puntos correspondientes á los de otro situados en el infinito.

Divisiones homográficas en una misma recta.

Puntos dobles.—Construcción para determinarlos.—Posición relativa de los puntos dobles y de los puntos en el infinito.—Ordenacion de los puntos conjugados, según que los puntos dobles sean reales ó imaginarios. Forma particular de la ecuacion de los sistemas homográficos cuando los orígenes de distancia en las dos divisiones son dos puntos conjugados.—Ecuacion referida á un punto doble ó al medio de la distancia que separa á los puntos correspondientes al infinito.

Haces homográficos.

Ecuacion que expresa la homografía de dos haces.—Haces homográficos que tienen el vértice común.—Radios dobles: su determinacion gráfica.—Propiedades proyectivas de los haces homográficos.—Conocidos dos haces homográficos, determinar gráficamente en uno los radios homólogos conjugados con radios dados en el otro.

Relacion armónica.

Ecuacion que liga las distancias de los cuatro puntos de una division armónica á un quinto punto situado en la misma recta y tomado como origen de distancias.—Discusión de esta ecuacion.—Dados tres puntos de una rela-

cion armónica, determinar gráficamente el cuarto conjugado con uno de los dados.

Haz armónico.

Propiedades proyectivas del haz armónico.—Dados tres radios de un haz armónico, determinar gráficamente el cuarto conjugado con uno de los dados.

Puntos en involucion.

Condiciones para que un sistema homográfico esté en involucion.—Centros de involucion.—Posición de los puntos dobles en la involucion.—Ordenacion de los puntos con relacion al centro, según que los puntos dobles sean reales ó imaginarios.

Propiedades proyectivas de los sistemas en involucion.—Dados elementos suficientes de una involucion, determinar los restantes.

Haces en involucion.

Reduccion de los problemas relativos á haces en involucion á los de puntos.

Cuadrilátero completo.

Definiciones y propiedades.

TRANSVERSALES EN EL CIRCULO

Polo y polar.

Teorema fundamental.—Polares de los puntos de una recta.—Polos de las rectas que pasan por un punto.—Construcción para determinar la polar por medio de secantes que partan del punto dado. Determinacion de la polar por medio de las tangentes traçadas al círculo desde el polo.

Ejes radicales.

Lugar geométrico de los puntos de igual potencia respecto á dos círculos.—Propiedades de puntos y cuerdas antihomólogas.—Trazar un círculo tangente á tres círculos dados.—Casos particulares.

POLIGONOS REGULARES

Principios generales.

Polígonos regulares.—Todo polígono regular se puede inscribir ó circunscribir á una circunferencia.—Idea de los polígonos estrellados.—Dos polígonos regulares convexos del mismo número de lados son semejantes, y la relacion de semejanza es la de los radios de las circunferencias inscritas ó de las circunscritas.

Polígonos regulares convexos,

Problemas.—Inscribir en una circunferencia de radio dado los polígonos regulares de tres, cuatro, cinco, seis, ocho, diez ó quince lados.—Determinacion numérica del lado.—Dada una cuerda en una circunferencia de radio conocido, determinar la del arco mitad. Aplicacion de este problema á los polígonos regulares.—Dado el radio y la apotema de un polígono regular, calcular el radio y la apotema de un polígono irregular isoperímetro de

4.
doble número de lados.—Dado el lado de un polígono regular inscrito en una circunferencia de radio conocido, calcular el lado del polígono regular circunscrito de igual número de lados.—Dado el lado de un polígono regular circunscrito a una circunferencia de radio conocido, determinar el del circunscrito de doble número de lados.—Dados los perímetros de dos polígonos regulares semejantes, uno inscrito y otro circunscrito a la misma circunferencia, calcular los perímetros de los polígonos regulares inscritos y circunscritos de doble número de lados.

MEDIDA DE LA CIRCUNFERENCIA

Relaciones de la circunferencia y arcos de círculo con los diámetros.

Relaciones.—La relación entre las longitudes de la circunferencia de dos círculos es la de sus diámetros.—Conocido el radio, hallar la longitud de una circunferencia ó de un arco dado en grados.—Dada la longitud de un arco de graduación conocida, hallar el diámetro.—Determinar el número de grados de un arco cuya longitud es igual al radio.—Relación entre la longitud de dos arcos semejantes.

Problemas.—Trazar una circunferencia cuyo desarrollo esté en una relación dada con el de otra circunferencia conocida.—Dada la relación de los radios y el desarrollo de una circunferencia, calcular el de la otra.—Procedimientos elementales para calcular la relación de la circunferencia al diámetro.—Construcción gráfica para determinar aproximadamente el desarrollo de la circunferencia.

AREAS

Medida de áreas de polígonos.

Áreas.—Relación entre las áreas de rectángulos que tienen la misma base. Área de un rectángulo.—Área de un paralelogramo.—Área de un triángulo en función de la base y de la altura.—Área de un triángulo equilátero en función del lado. Área de un triángulo en función de los tres lados. Área de un polígono por descomposición en triángulos. Área de un trapecio en función de las bases y de la altura.

Áreas de los polígonos regulares y del círculo.

Área de un polígono regular en función del perímetro y de la apotema.
Área de un sector poligonal regular.
Área del círculo.
Área del sector circular.
Área del segmento circular.
Áreas de figuras limitadas por un contorno cualquiera. Fórmula de Simpson.

Comparación de áreas.

Relación de las áreas de polígonos semejantes.
Relación de las áreas de triángulos que tienen un ángulo de uno igual ó suplemento de un ángulo del otro.
Máximo y mínimo de áreas á igualdad de perímetros.

Problemas sobre áreas.

Problemas.—Construir un triángulo equivalente á un polígono dado.—Dividir una recta en dos segmentos que guarden entre sí la relación de las áreas de los polígonos dados.—Sobre una recta dada como lado, construir un rectángulo equivalente á un polígono dado.—Construir un rectángulo de perímetro dado y cuya área sea equivalente á la de un polígono. Construir un polígono semejante á otro dado, conocida la relación de las dos áreas.—Dados dos polígonos, construir otro semejante al primero y cuya área esté con la del segundo en una relación dada.—Dado un polígono, construir otros en número determinado, que le sean semejantes, cuyas áreas guarden entre sí la relación de magnitudes conocidas y cuya suma sea igual al área del polígono dado.—Transformar un triángulo en otro que tenga dos vértices en puntos dados y el tercero en una línea determinada.—Dividir un triángulo en partes proporcionales á números ó líneas dadas por medio de rectas que partan de los vértices y converjan en un punto interior.—Dividir un triángulo en partes proporcionales á líneas dadas por rectas trazadas desde un mismo vértice ó por paralelas á sus lados.—Dividir un trapecio en partes proporcionales á líneas ó números dados por rectas paralelas á las bases.—Conocida el área de un triángulo y la relación que guardan entre sí los tres lados, encontrar éstos.—Dados varios polígonos semejantes, construir otro semejante y equivalente á su suma ó diferencia.—Por un punto dado sobre el perímetro de un polígono trazar una recta que separe una parte equivalente á un polígono dado. Describir un círculo cuya área esté con la de un círculo dado en una relación conocida. Describir un círculo cuya área sea equivalente á la suma ó á la diferencia de las de dos círculos dados. Dividir un círculo en partes proporcionales á líneas dadas por medio de radios ó de circunferencias concéntricas.

SEGUNDA PARTE

GEOMETRIA EN EL ESPACIO

Rectas y planos

Posiciones relativas de una recta y un plano.

Determinación de un plano por rectas y puntos.

Posición de rectas y superficies planas.

Rectas y planos paralelos.

Teoremas.—Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas cortará también á la otra.—Si dos planos son paralelos, toda recta que corte al primero cortará al segundo, y todo plano que corte al primero cortará al segundo.—Un plano queda determinado con la condición de pasar por un punto y ser paralelo, á otro plano.—Lugar geométrico de las rectas paralelas á un plano que pasan por un mismo punto.—Relación entre dos ángulos que tienen sus lados paralelos.—Ángulos de dos rectas que no están en un mismo plano.—Los segmentos de paralelas comprendidas

entre planos paralelos son iguales.—Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.—Relación que enlaza los segmentos en que quedan divididos los lados de un cuadrilátero alabeado por los puntos de intersección de estos lados con un plano.—Recíproca.

Rectas y planos perpendiculares.

Teoremas y propiedades de rectas y planos perpendiculares.—Condiciones para que una recta sea perpendicular á un plano.—Determinación de un plano con la condición de pasar por un punto y ser perpendicular á una recta.—Determinación de una recta con la condición de pasar por un punto y ser perpendicular á un plano.—Posición relativa de dos perpendiculares á un mismo plano.—Posición relativa de un plano y una recta perpendiculares ambas á una misma recta.—Lugar geométrico de las perpendiculares á una misma recta desde un punto.—Lugar geométrico de los puntos del espacio equidistantes de los extremos de una recta.—Comparación de las magnitudes de la perpendicular bajada desde un punto á un plano y las oblicuas.

Proyección de una recta sobre un plano: ángulo de una recta y un plano: mínima distancia de dos rectas.—La proyección de una línea recta sobre un plano es una línea recta.—Proyección sobre un plano de dos rectas perpendiculares entre sí, y que una de ellas es paralela.—Ángulo de una recta y un plano.—Mínima distancia entre dos rectas.

Ángulos diedros.—Definiciones.—Determinación de un plano con la condición de contener á una recta situada en otro plano y ser perpendicular á él.—La relación de dos ángulos diedros es igual á la de sus ángulos planos. Consecuencias que se deducen.—Línea de máxima pendiente de un plano con relación á otro.

Planos perpendiculares.—La perpendicular á la intersección de dos planos perpendiculares contenida en uno de ellos, es perpendicular al otro.—Posición relativa de dos planos, tales que el primero contiene una perpendicular al segundo.—Determinación de un plano con las condiciones de contener á una recta y ser perpendicular á otro plano. Caso en que estas condiciones no determinan un plano.—Perpendicular á un plano considerada como intersección de dos planos perpendiculares al primero.

Ángulos poliedros.—Definiciones.—Relación entre una cara de un ángulo poliedro y la suma de todas las demás.—Relación entre las caras de un triedro y los ángulos opuestos.—En todo ángulo poliedro convexo, la suma de las caras es menor que cuatro rectos.—En todo ángulo triedro, la suma de los ángulos diedros es mayor que dos rectos y menor que seis.—En todo ángulo triedro, la diferencia de dos ángulos es menor que el suplemento del tercero.

Poliedros.

Poliedros regulares.—Definiciones.—Demostrar que no pueden existir más que cinco poliedros regulares convexos.—Poliedros que se pueden formar respectivamente con el trián-

gulo equilátero, con el cuadrado y con el pentágono.—Enunciado del teorema de Euler.—Desarrollo de los poliedros regulares sobre un plano.

Propiedades generales y área lateral del prisma.—Definiciones.—Igualdad entre las caras opuestas de un paralelepípedo.—Las cuatro diagonales de un paralelepípedo se cortan mutuamente en partes iguales.—Las secciones producidas en un prisma por dos planos paralelos son dos polígonos iguales.—Área lateral de un prisma.

Volumen del prisma.—Definición de igualdad y equivalencia de poliedros.—Igualdad de prismas rectos.—Equivalencia de un prisma oblicuo y del prisma recto que tiene por base la sección recta de aquél y por altura la arista lateral.—Equivalencia de los prismas triangulares obtenidos dividiendo un paralelepípedo por el plano que determinan las aristas laterales opuestas.—Igualdad de paralelepípedos rectángulos de igual base y altura.—Relación de volumen de paralelepípedos rectángulos que tienen la misma base y alturas diferentes.—Volumen del paralelepípedo rectángulo.—Volumen del cubo.—Volumen de un paralelepípedo cualquiera.—Volumen de un prisma.

Propiedades generales y área lateral de la pirámide.—Definiciones.—Propiedades relativas de las secciones producidas en la pirámide por planos paralelos á la base.—Relaciones entre los elementos de las pirámides deficientes entre sí y con los de la total.—Área lateral de una pirámide regular.—Área total de un tetraedro regular, en función de la arista.

Volumen de la pirámide.—Igualdad de tetraedros, determinada por la igualdad de caras y ángulos en número suficiente.—Equivalencia de dos pirámides triangulares de igual altura, y bases equivalentes.—Volumen de una pirámide.—Volumen de un tetraedro regular, en función de la arista.—Equivalencia de un tronco de pirámide triangular y la suma de tres pirámides, cuya base común es la inferior del tronco y de sus vértices los de la base superior.—Volumen de un tronco de pirámide de bases paralelas.—Volumen del paralelepípedo truncado.

FIGURAS SIMÉTRICAS

Propiedades y relaciones.

Simetría.—Igualdad de figuras simétricas á una tercera, respecto á dos centros diferentes.—Dos figuras simétricas, respecto á un plano pueden colocarse de modo que sean simétricas respecto á un punto cualquiera del mismo plano.—Recíproca.—Figura simétrica de una recta.—Comparación entre la distancia de dos puntos y la de sus simétricos.—Figura simétrica de un polígono plano.—Comparación de polígonos simétricos.

POLIEDROS SEMEJANTES

Definición.—Comparación de una pirámide con la parcial determinada por un plano paralelo á la base.—Condiciones de semejanza de dos tetraedros.—Semejanza de dos poliedros.—Relación de rectas y caras homólogas en poliedros semejantes.—Relación

Definicion general de un sistema de coordenadas.—Determinacion de un punto en coordenadas cartesianas, polares, trilineales y triangulares.

Transformacion de coordenadas.—Método general.—Cambios dentro de un mismo sistema.—Paso de un sistema cartesiano a otro polar, y viceversa.

Ecuaciones de lugares geométricos.—Procedimiento general.—Casos particulares en coordenadas cartesianas.—Polar de un punto.—Linea recta, circunferencia, elipse, hipérbola, parábola, cicloide.—Casos particulares en coordenadas polares.—Espiral de Arquimedes.—Epicicloide y conoide.

Construccion de lugares geométricos de las ecuaciones.—Método general para construir el lugar geométrico de una ecuacion.—Casos particulares en coordenadas cartesianas, $y = \text{sen } x$; $y = \text{tang } x$; $y = a^x$; $y = \log x$.—Casos particulares en

coordenadas polares $\rho = a$; $\rho = \cos \frac{\theta}{2}$.—Interpretacion de las ecuaciones que se descomponen en factores.—Caso particular de la ecuacion del grado m con una variable, u homogénea del grado m con dos variables.

Determinacion de los puntos comunes a dos curvas.—Interpretacion de las soluciones imaginarias.—Resolucion gráfica de las ecuaciones.—Procedimiento general y aplicacion a las ecuaciones de tercero y cuarto grado.

Clasificacion de lineas en coordenadas cartesianas.—Division en algebraicas y transcendentales.—Ordenes de las algebraicas.

LINEA RECTA

En coardenadas cartesianas.

Construccion de la ecuacion de primer grado en coordenadas oblicuas y rectangulares.—Significacion de los coeficientes.—Recta en el infinito.—Coordenadas en el origen.—Determinacion de los ángulos que una recta forma con los ejes coordenados.—Hallar la ecuacion general de las rectas que pasan por un punto.—Hallar la ecuacion de una recta que pase por dos puntos.—Ecuacion de la recta en funcion de las coordenadas en el origen.—Hallar la ecuacion de una recta que pase por un punto y sea paralela a otra recta dada por su ecuacion.—Hallar las coordenadas del punto de interseccion de dos rectas.—Rectas imaginarias.—Rectas imaginarias conjugadas.—Coordenadas del punto de interseccion.—Hallar la ecuacion general de las rectas que pasan por el punto de interseccion de dos rectas dadas.—Hallar la condicion para que tres rectas pasen por un mismo punto.—Hallar la condicion para que tres puntos dados estén en linea recta.—Hallar el ángulo de dos rectas.—Condicion de paralelismo.—Condicion de perpendicularidad.—Hallar la ecuacion de la perpendicular bajada de un punto a una recta y calcular la magnitud de

garítmico de expresiones binomias de las formas $a \pm b$ y $A \text{ sen } x \pm B \text{ cos } x$.

Resolucion de triángulos rectilíneos.

Deducion de las fórmulas en que está fundada la resolucion de los triángulos rectilíneos.

Resolucion de los triángulos rectángulos, dándose los elementos suficientes, en lados y ángulos, para resolverlos.

Los mismos problemas relativos a los triángulos oblicuángulos.

Resolucion de triángulos esféricos.

Deducion de las fórmulas en que se funda la resolucion de los triángulos esféricos.

Resolucion de los triángulos esféricos rectángulos, dándose los elementos suficientes en lados y ángulos para determinarlos.—Regla mnemotécnica de Neper para recordar las fórmulas.

Resolucion de los triángulos oblicuángulos dándose los elementos suficientes para determinarlos.—Transformacion de las fórmulas para el cálculo logarítmico, y manera de conocer el arco que debe tomarse.—Analogías de Neper.—Regla para conocer el caso dudoso, el número de soluciones, ó su discusion.—Resolucion de los triángulos oblicuángulos por su descomposicion en otros rectángulos.

Aplicaciones.

Hallar el área de un triángulo rectilíneo del que se conocen dos lados y el ángulo comprendido.

Hallar el área de un cuadrilátero rectilíneo, en funcion de sus diagonales.

Ejercicios prácticos.

Ejemplos sobre todos los puntos relativos a las teorías anteriores.

PROGRAMA

DE GEOMETRIA ANALITICA

PRELIMINARES.

Construccion de fórmulas y cálculos gráficos.

Homogeneidad de las funciones y de las ecuaciones.—Expresiones homogéneas; grado de homogeneidad.—Ecuaciones homogéneas.—Principio de la homogeneidad.—Ecuaciones que contienen cantidades concretas de especies diferentes.—Caso en que una misma cantidad depende de varias unidades.—Caso en que una de las cantidades está tomada como unidad.

Construccion de fórmulas.—Construccion de expresiones racionales.—Construccion de expresiones irracionales de segundo grado.—Construccion de las raices de las ecuaciones de segundo grado.—Construccion de ángulos dados por una de sus lineas trigonométricas, expresada por una funcion cualquiera de grado cero.

Cálculo gráfico trigonométrico.—Suma y resta de lineas trigonométricas.—Multiplicacion y division de lineas trigonométricas.—Potencias de una linea trigonométrica.

Medidas agrarias: su unidad lineal; múltiplos y submúltiplos.

Medidas de volumen y de capacidad y arqueo.—Unidades usuales; sus múltiplos y submúltiplos.—Relaciones entre unidades de volumen, de capacidad y de arqueo entre sí con la unidad lineal.

Pesas.—Unidad de peso y su derivacion de la unidad lineal.—Nomenclatura de sus múltiplos y submúltiplos.—Unidad usual.—Relacion de las pesas con las medidas.

Equivalencias de las pesas y medidas con las métrico-decimales.

PROGRAMA DE TRIGONOMETRIA

Nociones fundamentales.

Lineas trigonométricas.—Definicion y notacion.—Variacion de las lineas trigonométricas de un arco cuando éste varía desde 0 hasta 90 .

Fórmulas que comprenden todos los arcos correspondientes a una línea trigonométrica dada.

Fórmulas que expresan las lineas trigonométricas, en funcion de otra cualquiera del mismo arco.

Senos y cosenos de la suma y de la diferencia de dos arcos, en funcion de los senos y cosenos de estos arcos.—Discusion de las fórmulas.

Tangentes de la suma y de la diferencia de dos arcos, en funcion de las tangentes de estos arcos.—Discusion de las fórmulas.

Senos y cosenos del duplo de un arco, en funcion del seno y coseno de este arco.

Tangente de un arco doble, en funcion de lineas trigonométricas del arco sencillo.

Transformar en producto a cociente la suma ó diferencia de los senos ó cosenos, del seno y coseno ó de las tangentes y cotangentes de dos arcos.

Transformar en producto la diferencia de los cuadrados de dos senos, de dos cosenos, ó de un seno y un coseno de dos arcos.

Expresar la relacion entre la suma de los senos de dos arcos, y su diferencia, en funcion de las tangentes de la semisuma y de la semidiferencia de los mismos.

Lineas trigonométricas de la mitad de un arco, en funcion: 1.º, del coseno del arco; 2.º, del seno; 3.º, de la tangente.—Discusion de las fórmulas.

Operaciones con las cantidades complejas en su forma trigonométrica.

Teorema de Moivre y sus aplicaciones trigonométricas.

Resolucion trigonométrica de las ecuaciones binomias.

Definiciones de las funciones hiperbólicas.

Derivadas de las funciones circulares.

Derivadas del seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante de un arco y de las funciones inversas.

Tablas trigonométricas:

Tablas de lineas naturales. Tablas de logaritmos de las lineas trigonométricas.—Disposicion y uso de las de Callet ó sus análogas.

Transformacion para el cálculo lo-

Pliego núm. 2 del suplemento al Boletin Oficial 3153.

de volúmenes de poliedros semejantes.

Superficies.

Definicion y clasificacion general de superficies.

Superficies cilíndricas y cónicas de revolucion en particular.—Idea general de sus secciones planas. Areas y volúmenes limitados por las superficies anteriores y por planos.

Esfera.—Definiciones.—Secciones planas de la esfera.—Polos de un círculo en la esfera.—Hallar el radio de una esfera sólida.—Plano tangente a la esfera.—Interseccion de dos superficies esféricas.—Discusion de los diversos casos que pueden presentarse.—Por cuatro puntos situados en un mismo plano se puede hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.

Propiedades de los triángulos esféricos.—Definiciones.—Medida del ángulo de dos arcos de círculo máximo.—Polígonos esféricos. En todo polígono esférico, convexo, un lado es menor que la suma de todos los demás, y la suma total de sus lados es menor que una circunferencia.

Triángulos esférico polares.—Relacion entre los lados y ángulos de un triángulo esférico y los lados y ángulos correspondientes del polar.—Igualdad de triángulos esféricos.—Mínima distancia sobre la esfera entre dos puntos.—Trazar por un punto dado de la superficie esférica un arco de círculo máximo perpendicular a otro dado.—Hallar el polo de un círculo menor determinado por tres puntos dados en la superficie de una esfera.—Per un punto situado en la superficie esférica, trazar una circunferencia de círculo máximo que forme un ángulo dado con otra circunferencia de círculo máximo.—Construir un triángulo esférico rectángulo, conocidos un cateto y la hipotenusa, ó un ángulo y el cateto opuesto.—Construir un triángulo esférico, conociendo tres cualesquiera de sus elementos.

Areas en la esfera.—Area engendrada por una recta que gira alrededor de un eje situado con ella en un mismo plano.—Area engendrada por una línea quebrada regular que gira alrededor de un diámetro que no la corte.—Area de una zona esférica y de un casquete esférico.—Area de la superficie esférica.—Equivalencia de los triángulos esféricos simétricos.—Area de un huso esférico.

Volumen de la esfera.—Definiciones.—Volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de su eje situado en su plano y que pasa por un vertice.—Volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de su diámetro exterior a su superficie.—Volumen de un sector esférico.—Volumen de la esfera.—Volumen engendrado por un segmento que gira alrededor de un diámetro exterior a su superficie.—Volumen de un segmento esférico.—Volumen de una cuña esférica.—Hallar el Volumen de una lente, dados el diámetro y el espesor.

Sistema métrico decimal.

Unidad lineal y base del sistema.—Nomenclatura de los múltiplos y submúltiplos de la unidad lineal.

Medidas superficiales; su derivacion de la lineal.—Nomenclatura de los múltiplos y submúltiplos,

esta perpendicular.—Dadas las ecuaciones de dos rectas, hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forman.—Hallar la ecuación de una recta, dada la perpendicular bajada desde el origen sobre la recta y los ángulos que forma esta perpendicular con los ejes.

En coordenadas polares.

Ecuación polar de la recta.—Ecuación de las rectas que pasan por un punto cuyas coordenadas se conocen.—Ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados.—Hallar la mínima distancia de un punto a una recta.

En coordenadas trilineales y triangulares.

Ecuación de una recta en coordenadas trilineales ó triangulares.—Recta en el infinito.—Ecuación de una recta que pasa por dos puntos.—Coordenadas del punto de intersección de dos rectas dadas por sus ecuaciones.—Hallar la ecuación de una recta paralela á otra dada que pase por un punto determinado por sus coordenadas.

LINEAS CURVAS

Teorías generales.

Tangente.
Subtangente.
Normal.
Subnormal.
Asintotas rectilíneas.
Centros.
Diámetros rectilíneos.
Ejes.
Vértices.
Diámetros conjugados.

Curvas de segundo grado.

Discusión de la ecuación general de segundo grado con dos variables.—Género elipse.—Género hipérbola.—Género parábola.—Casos particulares.

Centros, diámetros y ejes de las curvas de segundo grado.—Determinación del centro.—Diámetros.—Diámetros conjugados.—Parábola referida á un diámetro y á la tangente en su extremidad.

Reducción de la ecuación de segundo grado á la forma más sencilla.

Focos y directrices.—Definiciones.—Su determinación.

Circunferencia de círculo.

En coordenadas cartesianas.—Ecuación de la circunferencia de círculo en coordenadas oblicuas y rectangulares.—Condiciones para que una ecuación de segundo grado con dos variables represente una circunferencia de círculo.—Hallar la ecuación de la circunferencia, dadas las coordenadas del centro y del radio.—Ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos.—Puntos de intersección de una recta con una circunferencia de círculo.—Hallar las ecuaciones de las tangentes á una circunferencia que pasan por un punto dado, cualquiera que sea la posición de éste respecto á la circunferencia.—Cuerda de contactos.—Hallar las ecuaciones de las tangentes á una circunferencia de

círculo paralelas á una dirección dada.—Polo y polar. Ecuación de la polar.

En coordenadas polares.—Hallar la ecuación de una circunferencia de círculo en coordenadas polares.

Elipse.

En coordenadas cartesianas.—Ecuación de la elipse referida á sus ejes.—Ejes.—Vértices.—Propiedades principales de la elipse.—Relación entre las ordenadas de la elipse; sus ejes y los de las circunferencias descritas sobre estos ejes.

Focos y directrices.—Expresión analítica que determina la posición de los focos.—Excentricidad.—Ecuaciones de las directrices.—Círculos directores.

Tangentes, normales y diámetros.—Ecuación de la tangente á la elipse cuando la curva está referida á sus ejes.—Subtangente.—Ecuaciones de las tangentes á la elipse por un punto exterior ó paralelas á una dirección dada.—Coordenada de los puntos de contacto.—Ecuación de la cuerda de los contactos.—Normal.—Propiedades de la normal.—Polar de un punto respecto de la elipse.—Su ecuación.

Diámetros y cuerdas suplementarias.—Ecuación de un diámetro cualquiera.—Propiedades relativas de la tangente, diámetros y cuerdas.—El área del paralelogramo construido sobre dos diámetros conjugados es constante.—Diámetros conjugados iguales.—Ecuación de la elipse referida á dos diámetros conjugados.—Ecuación de la elipse referida al eje mayor y á la tangente en el vértice como ejes coordenados.

Área de la elipse.—Ecuación de la elipse en coordenadas polares referida al centro ó uno de los focos como polo.

Problemas relativos á la elipse.—Construcciones gráficas y principios en que se fundan.—Trazar una elipse por puntos, dados los dos ejes, los focos y el eje mayor.—Trazar una elipse por movimiento de un punto sobre una recta de longitud constante, cuyas dos extremidades se apoyan sobre dos rectas perpendiculares entre sí.—Hallar los puntos de intersección de una recta con una elipse determinada por sus ejes, sin construir la curva.—Dado un eje y un punto de una elipse, determinar el otro eje.—Determinada una elipse por los ejes, por los dos focos y un punto, ó por dos diámetros conjugados, trazar las tangentes por un punto de la curva, por un punto exterior, ó paralelas á una dirección dada.—Conociendo dos diámetros conjugados en magnitud y posición, construir los ejes.—Dada una elipse, hallar los ejes.

Hipérbola.

En coordenadas cartesianas.—Ecuación de la hipérbola referida á sus ejes.—Ejes.—Vértice.—Propiedades generales de la hipérbola.—Relación de las ordenadas de la hipérbola con los elementos del eje transversal.

Focos y directrices.—Expresión analítica que determina la posición de los focos.—Excentricidad.—Ecuación de las directrices.

Tangentes, normales y diámetros.

—Ecuación de la tangente á la hipérbola cuando la curva está referida á sus ejes.—Subtangente.—Ecuaciones de las tangentes á la hipérbola por un punto exterior ó paralelas á una recta dada.—Coordenadas de los puntos de contacto.—Ecuación de la cuerda de los contactos.—Normal.—Propiedades de la normal.

Diámetros y cuerdas suplementarias.—Ecuación de un diámetro cualquiera.—Coeficiente angular.—Diámetros transversos é imaginarios.—Propiedades relativas de la tangente, diámetro, cuerdas suplementarias.—Diámetros conjugados.—Área del paralelogramo construido sobre los diámetros conjugados.—Ecuación de la hipérbola referida á dos diámetros conjugados.—Ecuación de la hipérbola referida á su vértice como origen de coordenadas.

Asintotas.—Propiedades principales de las asintotas.—Ecuación de la hipérbola referida á sus asintotas.—Hipérbola equilátera.

En coordenadas polares.—Ecuación de la hipérbola referida á su centro ó á uno de los focos como polo.

Área de un segmento de hipérbola.

Problemas relativos á la hipérbola.—Construcciones gráficas y principios en que se fundan.—Construir una hipérbola por puntos, dados los dos ejes.—Dado un sistema de diámetros conjugados, construir los ejes.—Dados los ejes, trazar las tangentes á la hipérbola por un punto dado en la curva, por un punto exterior, ó paralelas á una recta dada.—Conociendo las asintotas y un punto de la hipérbola, trazar la curva por puntos.—Trazado de la tangente en un punto dado, haciendo uso de las asintotas.

Parábola.

En coordenadas.—Ecuación de la parábola referida á su eje y á la tangente en el vértice.—Propiedades principales de la parábola considerando como caso particular de la elipse.

Focos y directrices.—Expresión analítica que determina la posición de los focos y directrices finitos, y la posición relativa de éstos.

Tangentes, normales y diámetros.—Ecuación de la tangente en un punto de la parábola ó paralela á una dirección dada.—Subtangente.—Coordenadas de los puntos de contacto.—Ecuación de la cuerda de contacto.—Normal. Propiedades de la normal y de la subnormal.—Diámetros.—Propiedades de los diámetros y cuerdas.

En coordenadas polares.—Ecuación de la parábola referida al foco como polo.—Área de un segmento de parábola.

COORDENADAS TANGENCIALES

Coordenadas de una recta; sus relaciones con los parámetros de la ecuación de la recta en coordenadas cartesianas, y significado geométrico.

Significación geométrica de una ecuación en que las variables son coordenadas tangenciales.—División en clases de las curvas algebraicas en coordenadas tangenciales.

NOTACIONES ABREVIADAS

Símbolo de una recta.—Símbolo de un punto.—Ecuación de las rectas que pasan por el punto de intersección de otras dos y de los puntos en línea recta con otros dos.—Significación geométrica de dichas ecuaciones abreviadas.—Ecuaciones abreviadas de las bisectrices de dos rectas dadas y de los puntos medios entre otros dos puntos.—Relación anarmónica de un haz de rectas ó sistema de puntos dados por las ecuaciones abreviadas de sus elementos.

Haz y sistema armónico.—Propiedades del cuadrilátero completo.—Ecuación abreviada de las elipses que pasan por cuatro puntos.—Hallar la ecuación de una curva de segundo grado que pase por cinco puntos.—Teoremas de Pascal y Brianchon.

DUALIDAD.

Principio de la dualidad.—Fórmulas que sirven para determinarlas.—Aplicación del principio de la dualidad á las ecuaciones de primer grado.—Polar de un punto respecto de un sistema de dos rectas, y punto polar de una recta respecto á un sistema de dos puntos.—Rectas que concurren en un punto.—Puntos en línea recta.

Transformación de Figuras.

Transformación correlativa.—Definiciones.—Fórmulas de la transformación correlativa.—Reciprocidad de formas en los dos sistemas correlativos.—Condiciones necesarias y suficientes para determinar la transformación.—La relación armónica de cuatro puntos en línea recta de un sistema es igual á la relación armónica del haz de las cuatro rectas concurrentes correlativas.—Construcción gráfica de una figura correlativa á otra, dada la correlación por cuatro puntos de un sistema y las rectas correlativas en el otro.—Caso particular.—Transformación por polares recíprocas.—Condición para que dos figuras correlativas sean además polares recíprocas.

Figuras homográficas.—Definiciones.—Fórmulas de la transformación homográfica. Condiciones necesarias y suficientes para que dos figuras sean homográficas.—Propiedades proyectivas de dos figuras homográficas.—Método gráfico para construir figuras homográficas cuando la homografía está determinada por elementos suficientes.—Puntos dobles.—Casos en que la homografía se transforma en involución.

Figuras homológicas.—Definición.—Propiedades del centro y el eje de homología.—Fórmulas de transformación homológica.—Casos particulares.—Figuras homotéticas, semejantes é iguales.

Transformación por radios vectores recíprocos.—Definiciones.—Fórmulas de transformación para hallar la ecuación de la curva inversa de otra, dada por su ecuación polar, cuando se conoce el módulo de la transformación.—Fórmulas de transformación cuando la curva está dada por su ecuación en coordenadas cartesianas rectangulares y el polo coincide con el origen de coordenadas.

GEOMETRIA EN EL ESPACIO

PRELIMINARES.

Proyecciones en el espacio.

Proyecciones sobre una recta.—Proyecciones sobre un plano.

Relacion entre la superficie ó línea proyectada y su proyeccion.

Coordenadas.

Sistema de Coordenadas.—Determinacion de un punto en coordenadas cartesianas, polares ó esféricas, tetralineales y tetraédricas.

Transformacion de coordenadas.—Método general.—Cambio dentro de un mismo sistema.—Cambio del sistema cartesiano al polar, y viceversa.—Fórmulas de Euler.—Fórmulas para encontrar las secciones planas de las superficies.

Ecuaciones de lugares geométricos.—Procedimiento general para hallar las ecuaciones de una curva y las de sus proyecciones sobre los planos coordenados.—Procedimiento general para hallar la ecuacion de una curva dadas las directrices y la generatriz ó generatrices.

Significacion de una ó varias ecuaciones simultáneas.—Significado de una ecuacion con tres, dos ó una variable; y de dos ó tres ecuaciones simultáneas.

Clasificacion de superficies.—Superficies algebraicas y trascendentes.—Ordenes de las algebraicas.

LUGARES GEOMÉTRICOS ELEMENTALES.

Línea recta.

Ecuaciones de la línea recta.—Casos particulares.—Proyecciones de las rectas sobre los planos coordenados.—Magnitud de una recta en funcion de sus proyecciones sobre los planos y ejes coordenados.—Trazas de una recta.—Ángulos con los ejes y los planos coordenados.—Ecuaciones de las rectas que pasan por un punto.—Ecuaciones de una recta determinada por dos puntos.—Condicion para que tres puntos estén en línea recta.—Calcular el ángulo de dos rectas dadas por sus ecuaciones.—Condicion para que dos rectas se corten; coordenadas del punto de interseccion.—Condicion para que dos rectas sean perpendiculares.—Bisectriz del ángulo de dos directrices.

Plano.

Ecuacion de primer grado con tres variables.—Ecuacion de un plano en funcion de los segmentos que intercepta en los ejes.—Trazas de un plano.—Hallar los ángulos que forma un plano con los planos y ejes coordenados.—Interseccion de dos planos y discusion de los resultados.—Ecuacion de los planos que pasan por la recta interseccion de otros dos.—Condicion para que dos planos sean paralelos.—Interseccion de tres planos y discusion del resultado.—Condicion para que cuatro planos tengan un punto común.—Ecuacion de los planos que pasen por uno ó por dos ó por tres puntos, y discusion de las ecuaciones.—Ecuacion del plano que pasa por un punto y una recta.—Ángulo de dos planos.—Suma de los cuadrados de las proyecciones de un área sobre tres planos rectangulares.

Rectas y planos

Sistema de ecuaciones de primer grado con tres incógnitas.—Distancia de un punto á un plano.—Interseccion de una recta y un plano.—Discusion del resultado.—Condiciones para que una recta y un plano sean herpediculares.—Condicion para que una recta sea paralela á un plano.—Condiciones para que esté contenida en el plano.—Encontrar las ecuaciones de una recta que pase

por un punto dado y sea perpendicular á un plano.—Hallar el ángulo de una recta con un plano.—Ecuacion de un plano que pase por un punto dado y sea perpendicular á una recta conocida.—Por una recta dada tazar un plano perpendicular á otro dado.—Por un punto determinado hacer pasar un plano paralelo á otro dado.—Ecuacion de un plano que pasa por un punto y es paralelo á dos rectas dadas.—Ecuaciones de los planos bisectores de los ángulos diedros que forman dos planos dados.—Minima distancia entre dos rectas.—Distancia de un punto á una recta.

Volumen de un tetraedro en funcion de las coordenadas de sus vértices.

SUPERFICIE DE SEGUNDO GRADO.

Teorias generales.

Tangentes y normales.—Ecuacion general del plano tangente á una superficie en un punto dado.—Tangentes á una superficie en un punto dado.—Normal á una superficie.—Planos normales.—Tangente á una curva en un punto dado.—Plano normal á una curva en un punto determinado.

Centros.—Definicion.—Determinacion del centro en las superficies de segundo orden.—Discusion.—Casos particulares.

Planos diametrales.—Definiciones.—Propiedades principales.—Planos diametrales conjugados.—Planos diametrales principales.—Diámetros, ejes, vértices.—Ecuacion general de los planos diametrales de las superficies de segundo grado.—Planos diametrales conjugados con los ejes.—Planos diametrales conjugados con una direccion cualquiera.—Cuerdas infinitas.

Superficies particulares de segundo grado.

Clasificacion de las superficies de segundo grado.—Reduccion de la ecuacion de segundo grado á la forma más sencilla.

Elipsoide.—Ecuacion del elipsoide referido á sus ejes.—Secciones principales.—Secciones por planos paralelos á los coordenados.—Secciones planas cualesquiera.—Secciones circulares.—Plano tangente.—Normal.—Elipsoide de revolucion.—Esfera.

Hiperboloide de una hoja.—Ecuacion del hiperboloide referido á sus ejes.—Secciones principales.—Secciones paralelas á las principales.—Secciones por un plano cualquiera.—Secciones circulares.—Cono asintótico.—Doble sistema de generatrices rectilíneas del hiperboloide de una hoja.—Proyeccion de la elipse de garganta.—Casos particulares.—Hiperboloide de revolucion.—Plano tangente al hiperboloide de una hoja.—Normal.

Hiperboloide de dos hojas.—Ecuacion del hiperboloide referido á sus ejes.—Secciones principales.—Secciones paralelas á las principales.—Seccion por un plano cualquiera.—Secciones circulares.—Cono asintótico.—Plano tangente.—Normal.

Paraboloide eliptico.—Secciones planas.—Plano tangente.—Normal.

Paraboloide hiperbolico.—Secciones planas.—Generatrices rectilíneas.—Doble sistema de generatrices rectilíneas.—Plano tangente al paraboloide hiperbólico.—Normal.

Investigacion de las ecuaciones de una curva y de superficies conocidas.

Hélice: ecuacion.—Tangente á la hélice.—Plano normal.

Superficies esféricas, cónicas, cilíndricas y de revolucion.—Encontrar la ecuacion de una esfera, dadas las coordenadas del centro y el radio; de un cono, conociendo la directriz y el vértice; de un cilindro, dada la directriz y la direccion de la generatriz; de una superficie de revolucion, dadas las ecuaciones del eje y de la curva que gira.—Secciones planas de un cono de segundo grado.

Superficies regladas.—Definiciones.—Su division en alabeadas y desarrollables.

Encontrar la ecuacion de las superficies alabeadas de plano director, ó cilindroides.—Caso particular en que una de las directrices es una recta, ó conoides.—Caso particular de las dos directrices rectilíneas, ó paraboloide hiperbólico.—Helicoide de plano director.—Determinacion de la superficie alabeada engendrada por una recta que se mueve apoyándose en tres curvas dadas.—Caso particular en que son rectas las tres directrices, ó hiporboloide de una hoja.—Helicoide de cono director.

Superficies desarrollables.—Definiciones.—Procedimiento general para determinar la ecuacion de la superficie dadas las ecuaciones de las dos directrices.—Arista de retroceso.—Ecuacion de superficie desarrollable, conociendo las de la arista de retroceso.—Helicoide desarrollable.

Ejercicios prácticos.

Ejemplos sobre todos los puntos relativos á las teorías anteriores.

PROGRAMAS DE DIBUJO IDIOMAS.

Dibujo lineal.

El examen consistirá en copiar de lámina un trozo de arquitectura ó una máquina, ó en la reproduccion de un plano ó perfil geométrico. Las curvas pequeñas deben hacerse con pluma.

Dibujo natural.

El examen consistirá en copiar de estampa una figura entera ó parte de ella.

Nota. Los trabajos en los exámenes de dibujo se harán en el plazo máximo de seis horas.

Idiomas.

Francés ó inglés ó alemán. El examen consistirá en leer y traducir correctamente al castellano un trozo de una obra en prosa, y analizar gramaticalmente el trozo leído y traducido.

Relacion de las obras que pueden servir de guía para el estudio de las asignaturas de Matemáticas.

Bertrand, *Traité d'Arithmétique*.
Serret, *Traité d'Arithmétique*.
Sánchez Vidal, *Lecciones de Aritmética*.

Cirotte, *Traité d'Arithmétique*.
Moya, *Tratado de Aritmética*.
Bertrand, *Traité d'Algèbre*.
Cirotte, *Leçons d'Algèbre*.
Rubini, *Tratado de Algebra*, traducido por D. Emilio Márquez Villarroel.

Sánchez Vidal, *Lecciones de Algebra*.

Galdeano, *Tratado de Algebra*.
Rouché y Comberousse, *Tratado de Geometría elemental*, traducido y

7
anotado por D. A. y D. J. Portuondo.

Vicent, *Cours de Géométrie élémentaire*.

Leyendre, *Cours de Géométrie élémentaire*.

Cortáza, *Tratado de Trigonometría*,
Gómes Pallete, *Tratado de Trigonometría*.

Serret, *Traité de Trigonométrie*.
Cirotte, *Eléments de Trigonométrie rectiligne et sphérique*.

Briot y Bonguet, *Leçons de Géométrie analytique*.

Briot y Bouguet, *Complement de la Géométrie analytique*.

Sonnet y Frontera, *Eléments de Géométrie analytique*.

Mundi y Giró, *Lecciones de Geometría analítica*.

Carnoy, *Traité de Géométrie analytique*.

Sálmon, *Traité des sections coniques*.

En vista de la consulta elevada por V. S. acerca de las épocas y forma de verificar los exámenes de ingreso en esa Escuela, esta Direccion general ha acordado dictar las disposiciones siguientes:

1.ª Los exámenes de ingreso y de prueba de curso tendrán efecto en los meses preceptuados por el art. tercero del Real decreto de 11 de Setiembre, comenzando por los de los alumnos de la Escuela: terminados éstos, darán principio los de ingreso. Si á causa de la concurrencia de alumnos no hubiese tiempo suficiente para verificar unos y otros exámenes dentro del mes de Junio, se prorrogará durante diez dias del mes de Julio, suspendiéndose en esta época hasta el 1.º de Setiembre, en que continuarán los ejercicios.

2.ª Los exámenes de ingreso se verificarán en dos grupos, comprendiendo: el primero, Aritmética y Geometría; y el segundo, Algebra, Trigonometría y Geometría analítica: los de idiomas y dibujos se harán en ejercicios separados.

3.ª Para verificar el examen, el alumno sacará á la suerte tres preguntas relativas á cada programa, pudiendo el Tribunal dirigirle una ó más de las preguntas que tenga por conveniente.

4.ª Se verificarán los exámenes teóricos y prácticos que ordena el art. 3.º del Real decreto de 11 de Setiembre; pero el Tribunal dispondrá en cada caso la forma del examen práctico, debiendo estimarse como tal la resolucion de un problema, la demostracion de un teorema en la pizarra, de manera que en el mismo acto puedan tener lugar ambos exámenes.

Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid 29 de Marzo de 1887.—Julian Calleja.—Señor Director de la Escuela general preparatoria de Ingenieros y Arquitectos.

PALMA

ESCUELA-TIPOGRÁFICA PROVINCIAL

Faint, illegible text covering the majority of the page, likely bleed-through from the reverse side.