

BOLETIN



OFICIAL

DE LA PROVINCIA DE LOGROÑO.

SE PUBLICA LOS LUNES, MIERCOLES Y VIERNES.

GOBIERNO CIVIL DE LA PROVINCIA DE LOGROÑO.

COMISION PROVINCIAL DE LOGROÑO.

Esta Comision, en union del Comisario de Guerra de la provincia ha señalado los precios de los especias de suministros que los Ayuntamientos han dado á las tropas y Guardia civil en el mes de Setiembre último, en la forma siguiente:

	Pesetas	céntimos.
Racion de pan, de 70 decagramos.	»	28
Idem de carne, kilogramo.	1	59
Idem de vino, Litro	»	18
Idem de cebada, de 6,9375 litros	»	72
Idem de paja, de 6 kilogramos	»	25
Litro de aceite	1	06
Kilogramo de carbon	»	09
Idem de Leña	»	05

Lo que se anuncia en el *Boletin oficial* para conocimiento de los Ayuntamientos á fin de que á la mayor brevedad presenten á su liquidacion los recibos de los suministros dados á las tropas y Guardia civil en el referido mes de Setiembre

Logroño 9 de Octubre de 1874.—El Vicepresidente, Ecequiel Lorza.—El Secretario, Joaquin Farias.

NUMERO 1.012.

PROGRAMA

PARA LOS EXÁMENES DE INGRESO EN LA
ACADEMIA ESPECIAL DE INGENIEROS
DEL EJÉRCITO.

Academia de Ingenieros del Ejército.

Debiendo verificarse exámenes de ingreso en esta

Academia en 1.º de Noviembre próximo para la admision de Alumnos, pueden presentarse al concurso todos los que reuniendo la aptitud y robustez necesaria para servir en el ejército se hallen debidamente autorizados para verificarlo.

Programa para la admision de Alumnos en el primer año académico.

PRIMER EJERCICIO.

Aritmética.

- Teoría de la numeracion.**
Nociones preliminares y definiciones.—Ideas generales sobre la unidad. Cantidad y sus diversas clases.
- Cálculos de los números enteros.**
Adicion, sustraccion, multiplicacion y division.—Pruebas.—Alteraciones que experimentan los resultados de los cálculos anteriores por las que sufren los datos.
- Divisibilidad de los números.**
Principios generales de divisibilidad.—Caracteres de divisibilidad y aplicacion á los divisores 2, 3, 4, 5, 7, 9 y 11. Exámen de las reglas que se deducen y su aplicacion á cualquier número.
- Números primos.**
Definiciones y formacion de una tabla de números primos. Máximo comun divisor de varios números.—Teoremas sobre los números primos.—Descomponer un número en sus factores primos y formar todos los divisores de un número.—Mínimo múltiplo.
- Fracciones ordinarias.**
Definición y representacion de las fracciones.—Comparacion de las fracciones ordinarias con la unidad, unidad fraccionaria.—Numeracion de las fracciones ordinarias.—Alteraciones que pueda experimentar un quebrado en su forma y valor variando alguno de sus términos.—Consecuencias y reglas que se deducen para simplificar, sumar, restar, multiplicar y dividir las fracciones ordinarias.—Teoremas sobre las fracciones irreductibles.
- Fracciones decimales.**

Definición, enlace y analogía con el sistema de numeración decimal.—Representación gráfica y alteración que sufren estas fracciones por la variación de la coma.—Reglas para sumar, restar, multiplicar y dividir estas fracciones.—Multiplicación abreviada.

7. *Sistema métrico.*

Objeto é importancia de este nuevo sistema de pesas y medidas.—Nomenclatura del sistema.

8. *Números complejos ó denominados.*

Definición de esta clase de números.—Modo de convertir un número complejo en otro que solo esté expresado en cualquiera de las unidades componentes del número propuesto y reciprocamente.—Suma, resta, multiplicación y división de los números complejos.—Sistema de pesas y medidas de Castilla y su relación y con el sistema métrico.

9 *Reducción de fracciones ordinarias á decimales y viceversa.*

1.ª parte —Regla para la reducción.—Condiciones necesarias y suficientes para que una fracción ordinaria pueda ser convertida exactamente en fracción decimal.—Carácter de imposibilidad de esta conversión, periodicidad de los restos y de los cocientes.

2.ª parte.—Reglas para la reducción —Análisis de las fracciones ordinarias, resultantes y de su relación con las decimales que las corresponden.

10. *Raíz cuadrada.*

Definiciones del cuadrado y de la raíz cuadrada.—Formación del cuadrado y extracción de la raíz cuadrada de los números enteros.—Número de cifras de la raíz cuadrada de un número entero.—Reglas para conocer á la simple inspección de un número entero si puede ó no ser un cuadrado perfecto.—Extracción de la raíz cuadrada de los números enteros por aproximación —Raíz cuadrada de las fracciones ordinarias y decimales.—Aproximación de la raíz cuadrada de las fracciones.—Extracción de raíces cuyo índice sea una potencia perfecta de 2.—Simplificación del cálculo de la raíz cuadrada.

Aplicación de la raíz cuadrada á la construcción de una tabla de números primos.

11. *Raíz cúbica.*

Esta pregunta abraza los mismos puntos que la anterior.

12. *Razones y proporciones.*

Definición de las dos clases de razones y proporciones que se consideran.—Teorema fundamental de las equidiferencias y propiedades peculiares á ellas.—Id.—Id.—Id respecto a las proporciones.—Modo de hacer extensivo á las cantidades incommensurables los principios anteriores.—Identidad entre la razón geométrica y la fracción ordinaria.—Consecuencias que se deducen al considerar las razones bajo este nuevo punto de vista.

13. *Regla de tres simple y compuesta.*

Definición y objeto de esta regla.—Distinción entre la *simple* y la *compuesta*.—Manera de plantear un problema cualquiera perteneciente á la regla de tres simple y compuesta.—Método de reducción á la unidad.—Formular en una regla general el método que

debe emplearse para resolver las cuestiones que incumban á la regla de tres compuesta.

14. *Regla de interés y de descuento.*

Objeto de la regla de interés.—Proposiciones fundamentales.—Interés simple.—Fórmula que resuelve el problema.—Interés compuesto.—Regla de descuento.—Demostrar que se deriva inmediatamente de la de interés.—Descuentos de letras ó pagarés bajo condiciones dadas.

15. *Regla de compañías, de aligación y de conjunto.*

16. *Progresiones.*

Definiciones —Progresiones por diferencia.—Propiedades fundamentales.—Aplicaciones á la interpolación de medios diferenciales, y á calcular la suma de los términos de una progresión de esta especie.—Como ejemplo debe considerarse la serie natural de los números impares y analizar la notable propiedad que presenta la suma de un número cualquiera de sus primeros términos.—Progresiones por cociente.—Propiedades fundamentales.—Aplicaciones á la interpolación de medios proporcionales y á calcular el producto de los términos de una progresión de esta especie.—Determinar la suma de los términos de una progresión por cociente.—Modificación de la fórmula anterior para las progresiones decrecientes y su aplicación para hallar las fracciones ordinarias generatrices de las decimales periódicas simples y mistas.—Intima relación que tienen las fórmulas análogas de las progresiones geométricas y aritméticas.

17. *Teoría de los logaritmos.*

Definición aritmética.—Demostrar que la progresión geométrica tiene que suministrar por la interpolación de medios proporcionales todos los números posibles.—Propiedades de los logaritmos de un producto, un cociente, de una potencia y de una raíz.—Condiciones que deben cumplir las progresiones para que tengan lugar las propiedades anteriores.—Construcción elemental de una tabla de logaritmos.—Progresiones elegidas en nuestro sistema.—Base.—Consideraciones sobre la marcha que debe seguirse para construir las tablas por la interpolación de medios proporcionales y diferenciales: posibilidad de conseguirlo.—Método práctico de efectuar estas interpolaciones.—Manera de calcular directamente el logaritmo de un número determinado.—Aproximación con que es necesario calcular los logaritmos de los números primos.

ALGEBRA ELEMENTAL.

1 *Nociones preliminares.*

Definiciones.—Problemas.—Cantidades negativas.—Interpretación de estos símbolos y consecuencias que se deducen

2. *Adición, sustracción y multiplicación algebraicas.*

Objeto de las operaciones algebraicas.—Modo de efectuar la adición y sustracción.—Significación de la suma algebraica.—Regla de los signos —Multiplicación de monomios y polinomios.—Regla para formar el cuadrado de un polinomio.

3. Division algebraica.

Regla de los signos.—Division de los monomios.— Interpretacion de los exponentes *negativos* y del exponente *cero*.—Division de los polinomios.—Teorema preliminar.—Modo de ejecutar la division.—Teorema sobre la division del polinomio $A_0x^m + A_1x^{m-1} + \dots + A_m$ por el binomio $X \pm a$. Ley que siguen en su composicion los diferentes restos y cocientes que sucesivamente se van obteniendo en esta division.—Consecuencias que se deducen del teorema anterior.—Aplicacion del mismo teorema á determinar la condicion que han de llenar m

para que las expresiones $\frac{X^m + a^m}{X \pm a}$ sean enteras.

4. Fracciones algebraicas, y exponentes negativos.

Definicion y significacion de las fracciones algebraicas.—Operaciones que pueden ejecutarse con las fracciones algebraicas.—Cálculo de las cantidades afectadas de exponentes negativos.—Condicion para que se termine la division de los polinomios.

5. Ecuaciones de primer grado con una sola incógnita.

Regla para poner un problema en ecuacion.—Resolucion de una ecuacion de esta especie.—Problema de los móviles.—Condicion de imposibilidad de una ecuacion con una sola incógnita.—Interpretacion del símbolo ∞ y de los valores negativos.—Regla para determinar el límite hácia el cual converge una fracion cuando alguna de las cantidades que entran en sus dos términos tiende hácia el infinito.

6. Evacuaciones de primer grado con varias incógnitas.

Resolucion de dos ecuaciones con dos incógnitas.—Métodos de eliminacion de sustitucion, reduccion é igualacion.

Resolucion de un número cualquiera de ecuaciones que contengan igual número de incógnitas.—Exámen de los casos en que el número de las ecuaciones sea mayor ó menor que el de incógnitas.

7. Método de eliminacion de Bezout y regla de Cramer.

Exposicion de este método para dos ecuaciones con dos incógnitas.—Modo de generalizarlo y aplicacion á un número cualquiera de ecuaciones con igual número de incógnitas.—Enunciado de la regla de Cramer.

8. Discusion de las ecuaciones de primer grado con varias incógnitas.—Discusion de las fórmulas que resuelven dos ecuaciones con dos incógnitas.—Discusion de las fórmulas que resuelven m ecuaciones con m incógnitas.

9. Teoria de las desigualdades.

Principios generales.—De las desigualdades de primer grado con una ó varias incógnitas.

10. Ecuaciones de segundo grado, con una sola incógnita.

Resolucion de una ecuacion de esta especie.—Dis-

cusion de la fórmula $X = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4ac}}{2a}$ Descomposi-

cion del primer miembro de una ecuacion de segundo

grado en factores de primero.—Relaciones entre las raices de la ecuacion $X^2 + pX + q = 0$ y sus coeficientes.—Regla para hallar dos números cuya suma y producto sean conocidos. Problema de las luces.—Diferencia entre las condiciones físicas y las condiciones algebraicas de un problema.—Resolucion de la ecuacion $ax^2 + bx + c = 0$ cuando a es muy pequeña

11. Resolucion de dos ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.

Exposicion de los métodos que pueden seguirse para efectuar esta resolucion.

Resolucion de las ecuaciones bi-cuadradas.—Discusion directa de las raices de estas ecuaciones.—Reduccion de la expresion $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ á la forma $\sqrt{X} \pm \sqrt{Y}$.

12. De los máximos y mínimos de las expresiones, de segundo grado con una sola variable.

Definicion de los máximos y mínimos.—Procedimiento elemental para determinar los valores máximos y mínimos de la expresion $\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$. Determinacion

de los valores de x que producen estos máximos y mínimos.—Aplicacion á algunos problemas cuyo planteo dá lugar á ecuaciones de segundo grado.

13. De las expresiones imaginarias.

Reduccion de las raices imaginarias de las ecuaciones de segundo grado á la forma $\infty \pm C\sqrt{-1}$.

Demostrar que los resultados que se obtienen al sumar, restar, multiplicar, dividir, elevar á potencias y extraer la raiz cuadrada á expresiones imaginarias de la forma $x \pm C\sqrt{-1}$ son siempre de la misma forma.—Diferentes valores de la expresion $(\pm\sqrt{-1})^n$ segun los que se atribuyen á u .—Definicion del módulo de la expresion $\infty \pm C\sqrt{-1}$.—Teoremas sobre los módulos incluyendo el correspondiente á la suma ó resta de dos expresiones de la forma $\infty - C\sqrt{-1}$

14. Potencias y raices de los monomios.—Cálculo de los radicales y de los exponentes fraccionarios.

Potencias de los monomios.—Regla práctica.—Raices de los monomios.—Reglas para sacar un factor fuera de una radical y recíprocamente.—Cálculo de los radicales.—Objeto de estas operaciones.—Adicion, sustraccion, multiplicacion, division, elevacion á potencias y extraccion de raices de los radicales reales.—Reglas que se originan en cada una de estas operaciones. Consideraciones sobre los radicales imaginarios.—Cálculo de los exponentes fraccionarios.—Significacion de estos símbolos.—Módulo de operar con esta clase de exponentes.—Consideraciones sobre las cantidades afectadas de exponentes incommensurables y sobre la manera de operar con ellas.

15. Combinaciones, permutaciones y productos diversos.

Definicion de cada uno de estos grupos y diferencia esencial que los caracteriza.—Deducion de las fórmulas que dan el número de combinaciones, permutaciones y productos diversos de varias cantidades.—Enlace que entre sí tienen.—Método práctico de formar los productos diversos.—Propiedades importantes de que goza la fórmula de los productos diversos.

16. *Binomio de Newton cuando el exponente es entero.*

Ley que rige los términos del producto de sus factores binomios en todos tienen un mismo término, pudiendo ser los segundos iguales ó desiguales.—Fórmula del binomio de Newton.—Término general.—Regla para elevar un binomio á una potencia dada.—Método práctico de facilitar esta operación.—Propiedad que gozan los coeficientes de la fórmula del binomio de Newton.—Extracción de la raíz m de un número.

17. *Potencias de los polinomios.*

Modo de ejecutar esta operación.—Expresión del término general de la potencia m de un polinomio.—Elevar un polinomio ordenado según las potencias de una letra, ó la del grado m de modo que el resultado se obtenga ordenado de la misma manera.

18. *Raíz cuadrada y cúbica de los polinomios.*

Principios fundamentales.—Reglas que se deducen.—Manera de disponer los cálculos para facilitar la operación.—Demostrar que la raíz cúbica de toda cantidad tiene tres determinaciones.—Modo de hallarlas.—Caracteres para reconocer que un polinomio no puede tener raíz cuadrada ó cúbica exacta.

19. *Raíz de un grado cualquiera de los polinomios y desarrollo de la expresión $(a + b\sqrt{-1})^m$*

1.º Principios fundamentales.—Regla que se deduce.—Caracteres para reconocer que un polinomio no puede tener raíz m exacta.

2.º Modo de aplicar la fórmula del binomio á este caso.—Forma general del desarrollo.

20. *Progresiones por diferencia.*

Propiedades fundamentales.—Aplicaciones á la interpolación de medios diferenciales y á calcular la suma de los términos de una progresión de esta especie.—Como ejemplo debe considerarse la serie natural de los números impares y analizar la notable propiedad que presenta la suma de un número cualquiera de sus primeros términos.—Problemas á que puede dar lugar el examen de las fórmulas de estas progresiones.—Determinar la suma de las potencias semejantes de los términos de una progresión por diferencia.—Aplicación á la serie natural de los números.

21. *Progresiones por cociente.*

Propiedades fundamentales.—Aplicaciones á la interpolación de medios proporcionales y á calcular el producto de los términos de una progresión de esta especie.—Determinar la suma de los términos de una progresión por cociente.—Modificación de la fórmula anterior para las progresiones decrecientes.—Problemas á que puede dar lugar el examen de las fórmulas que determinan el último término y la suma de todos ellos.

22. *Fracciones continuas. (1.ª parte).*

Origen de esta clase de fracciones, su definición y objeto.—Desarrollo de una cantidad comensurable en la fracción continua.—Regla práctica.—Ley que siguen en su formación las reducidas consecutivas.—Propiedades principales de las reducidas.—Límites del error que se comete al tomar una reducida cualquiera por valor de la fracción continua total.—Modo de usarlos convenientemente para que el error que se cometa

sea menor que $\frac{1}{s}$ Desarrollo de una expresión irracional de segundo grado en fracción continua.—Aplicación de esta teoría á determinar una primera solución de la ecuación indeterminada de primer grado con dos variables.

23. *Fracciones continuas (2.ª parte).*

Definición y clasificación de estas expresiones.—Demostrar que toda fracción continua periódica es una de las raíces incommensurables de una ecuación de segundo grado, con coeficientes racionales y la recíproca.

24. *Teoría de los logaritmos.*

Objeto é importancia de los logaritmos.—Definiciones aritmética y algebraica; equivalencia de ambas.—Sistema Neperiano.—Definición.—Demostrar que la expresión a^x (siendo a positivo) puede suministrar los números posibles haciendo variar convenientemente á x . Importancia de esta propiedad.—Demostrar que la base de un sistema de logaritmos debe ser necesariamente un número positivo distinto de la unidad.—Los números negativos no tienen logaritmos.—Propiedades de los logaritmos de un producto, de un cociente, de una potencia y de una raíz.

25. *Construcción de una tabla de logaritmos.*

Objeto é importancia de las tablas de logaritmos.—Base adoptada en nuestro sistema.—Aproximación con que deben calcularse los logaritmos de los números primos.—Examen de los diferentes casos á que puede dar lugar la resolución de la ecuación $a^x=b$.—Condiciones con que ha de cumplir el valor de x que verifique á la ecuación $a^x=b$, para que sea comensurable.—Aplicación al sistema de base 10.—Pasar de un sistema de logaritmos á otro (módulo).

26. *Disposición y uso de las tablas de logaritmos de Callet.*

Descripción detallada de estas tablas.—Uso de ellas para resolver los dos problemas generales en todos los casos.—Demostración algebraica de la proporción logarítmica.

27. *Cantidades primas.*

Teorema fundamental.—Demostración de Mr. Lefebure de Fonrey.—Corolarios que de él se deducen.—Definición usada en la teoría general de las ecuaciones de las funciones enteras.—Teoremas sobre las funciones enteras de una sola variable.

28. *Máximo común divisor algebraico.*

Definición del (m. c. d.) de varias cantidades algebraicas.—Demostrar que la investigación del (m. c. d.) de varios polinomios está reducida á determinar el de dos.—Investigación del (m. c. d.) de dos polinomios cuando solo contienen una letra.—Principios fundamentales.—Caso de dos polinomios cualquiera.—Descomposición de factores.—Regla general que se deduce.—Caso en que los polinomios contengan solo dos letras.—Id. cuando uno de ellos contiene una letra que no se halla en el otro.—Regla para reducir una fracción algebraica á su más simple expresión.—Mínimo común múltiplo de varias cantidades.

ALGEBRA SUPERIOR.

1. Teoría de las funciones derivadas.

Definición, clasificación y representación de las funciones. — Límite de las funciones. — Funciones derivadas, su definición, clasificación y representación. — Teoremas relativos á las derivadas de las funciones que dependen inmediatamente de una sola variable. — Derivadas de las funciones elementales algebraicas de la variable. — Derivadas de una suma de un producto, de un cociente, de una potencia y de una raíz cuadrada de varias funciones algebraicas de una sola variable. — Derivadas de las funciones de funciones.

Fórmula de Taylor. — Análisis de ella. — Demostrar que las funciones racionales y enteras de una sola variable son funciones continuas entre ciertos límites.

2. Composición de las ecuaciones.

1.° Si a es raíz de una ecuación, su primer miembro será divisible por el binomio $x-a$. — 2.° Una ecuación tiene tantas raíces como unidades tiene su grado. — 3.° El primer miembro de toda ecuación cuyos coeficientes son reales, se puede descomponer siempre en factores reales de primero y segundo grado. — 4.° Enunciado de las relaciones que existen entre los coeficientes de una ecuación y sus raíces. — 5.° Demostrar que las relaciones anteriores no pueden servir para determinar las raíces de una ecuación. — 6.° Hallar las condiciones con que debe cumplir una ecuación para que todas sus raíces comensurables sean números enteros. — Consecuencias importantes que se deducen de los teoremas anteriores.

3. Regla de signos de Descartés.

Enunciado de este teorema y demostración de los tres puntos que abraza. — Aplicación de esta regla para determinar un límite inferior del número de raíces imaginarias que contienen una ecuación. — Reglas prácticas. — Método empleado por Mr. Sturm cuando las reglas anteriores no dan resultados. — Exámen del antiguo enunciado de la regla de signos de Descartés.

4. Propiedades de las ecuaciones.

1.° Teorema sobre el número de raíces reales que comprenden dos números que se sustituyen en una ecuación y sus recíprocas. — 2.° Teorema sobre el número de raíces reales que pueden tener las ecuaciones de grado impar ó de grado par cuyo último término es negativo. — 3.° Propiedades de las ecuaciones que no contienen mas que raíces imaginarias. — 4.° Teoremas sobre las raíces cero é infinito de las ecuaciones. — Forma notable de la ecuación cuyas raíces son iguales dos á dos y de signo contrario.

5. Teoría de la eliminación.

Objeto é importancia de esta teoría en la resolución de las ecuaciones superiores. — Definiciones. — Exposición de algunos casos particulares en que no hay necesidad de recurrir á procedimientos nuevos para efectuar la eliminación de una de las incógnitas. — Composición de una ecuación completa del grado m entre dos incógnitas. — Ventaja de descomponer en factores los primeros miembros de las ecuaciones propuestas. Método práctico de efectuarlo. — Determinación de las verdaderas ecuaciones finales de cada uno de los sis-

temas de ecuaciones parciales en que se descompone el sistema propuesto.

6. Método del máximo comun divisor.

Propiedades fundamentales de los valores convenientes de las incógnitas. — Regia práctica para encontrar la ecuación final, cuando las divisiones pueden efectuarse en términos enteros. — Aclaraciones y discusión de la ecuación final. — Determinación de los valores de x conjugados con los de y sacados de la ecuación final. — Discusión de estos valores. — Soluciones infinitas.

7. Método del máximo comun divisor (2.ª parte).

Exámen del método del (m. c. d.) cuando las divisiones no pueden efectuarse en términos enteros. — Modificaciones que se introducen en los calculos y alteraciones extrañas que sufre la ecuación final. — Procedimientos para separar las soluciones extrañas que introducen en la ecuación final las modificaciones anteriores. — Determinación de la ecuación de los valores diferentes de y , que exclusivamente verifican el sistema propuesto, y de la ecuación final correspondiente. — Análisis del conjunto de las operaciones ejecutadas en este método de eliminación con todas sus modificaciones y exposición de algunas propiedades notables.

8. Transformación de las ecuaciones — La ecuación de relación es únicamente función de una cualquiera de las raíces de la propuesta.

Enunciado y resolución del problema general.

Aplicaciones. — 1.° Formar una ecuación cuyas raíces sean iguales y de signo contrario á las de la propuesta. — 2.° Hallar una ecuación cuyas raíces sean recíprocas de las de una ecuación dada. — 3.° Determinar una ecuación cuyas raíces sean los productos de los de la ecuación propuesta por un factor K . — Aplicación importante de este problema. — 4.° Formar una ecuación cuyas raíces sean una cierta potencia de las de una ecuación dada. — 5.° Aumentar ó disminuir de una cantidad h las raíces de una ecuación. — 6.° Hacer desaparecer términos de lugar determinado de una ecuación. — Particularizar la cuestión al segundo término y aplicar esta transformación á la resolución de la ecuación de segundo grado.

9. Caso en que la ecuación de la relación es función de dos cualquiera de las raíces de la propuesta.

Enunciado y resolución del problema general. — Aplicaciones á determinar las ecuaciones de las diferencias, de las sumas, de los productos, de los cocientes y aquella en que $y = x' + X'' + Kx'X''$. — Indicaciones que suministra la ecuación de los cuadrados de las diferencias, sobre la naturaleza de las raíces de la ecuación propuesta.

10. De las raíces iguales de las ecuaciones

Objeto de la teoría de estas raíces. — Enunciado y demostración del teorema fundamental. — Modo de realizar en la práctica el objeto de esta teoría. — Propiedad notable de que gozan las ecuaciones de 3.°, 4.° y 5.° grado que no tienen sino raíces incommensurables. — Hallar el grado de multiplicidad de una raíz. — Aplicaciones. — Determinar las condiciones que deben llenar los coeficientes indeterminados de una ecuación para que todas sus raíces sean iguales ó que lo sean únicamente u de entre ellas.

11. *De las ecuaciones reciprocas simples.*

Condicion con que debe cumplir una ecuacion para que sea reciproca simple.—Clasificacion de las diferentes clases de ecuaciones reciprocas simples que pueden existir.—Resolucion de cada una de ellas.

12. *Resolucion de las ecuaciones numericas.*

Limites de las raices.—Clasificacion de las raices de una ecuacion numerica.—Medio que ocurre desde luego para encontrar las raices comensurables de una ecuacion.—Necesidad de calcular los limites de las raices.—Indeterminacion del problema y objeto que nos proponemos al tratar de resolverlo.—Determinar limites superiores é inferiores de las raices positivas y negativas de una ecuacion dada.—Soluciones de Newton, de Mr. Bret. y la conocida vulgarmente bajo el nombre de método de los grupos con su modificacion.

13. *Investigacion de las raices comensurables.*

Método natural de determinar las raices enteras de una ecuacion.—Inconvenientes que presenta.—Caracteres de exclusion, su necesidad y objeto.—Regla práctica para obtener las raices enteras de una ecuacion.—Caracteres de exclusion de Bezout y modificaciones que introducen en la regla práctica anterior.—Observaciones sobre las raices iguales y enteras de una ecuacion.—Modo de encontrarlas.—Determinacion de las raices comensurables fraccionarias.

14. *Investigacion de los divisores comensurables de 2.º grado de una ecuacion.*

Objeto é importancia de esta teoria.—Hallar y discutir estos divisores de 2.º grado.—Teorema de Descartes, sobre la posibilidad de descomponer una ecuacion de cuarto grado en dos factores reales de segundo grado.

15. *Teorema de Mr. Sturm cuando la ecuacion propuesta no tenga raices iguales.*

Objeto é importancia de este teorema en la resolucion de las ecuaciones numericas.—Operaciones que hay que efectuar para formar la serie (X).—Enunciado del teorema.—Principios fundamentales.—Método que debe seguirse en la demostracion.—Consecuencias importantes que se deducen y razonamientos finales para completar la demostracion.—Aclaraciones sobre la modificacion de los signos de la serie (X) cuando se hace crecer á la variable x de una manera continua entre los limites de las raices reales de la ecuacion propuesta.—Medios de facilitar en la práctica la aplicacion del teorema de Sturm.

16. *Teorema de Sturm, cuando la ecuacion propuesta tenga raices iguales.—Aplicaciones de este teorema.*

1.º Modificacion que se introduce en la serie (X), de la pregunta anterior, para hacerla adaptable á este caso.—Demostracion de esta segunda parte de teorema.—Métodos que suministra el teorema de Sturm para determinar el grado de multiplicidad de una raíz.—Demostrar que en la práctica se obtendrá el mismo resultado operando con la serie (X) que con la serie (T).—2.º Hallar el número de raices reales de una ecuacion.—Determinar las condiciones de realidad de las raices de una ecuacion dada.—Comparacion entre el número de condiciones exigidas por este teorema y por la ecuacion de los cuadrados de las diferencias.

17.—*Teorema de M. r Riollé.*

Enunciado del teorema.—Consecuencias del de M. r Sturm.—Corolarios del mismo.—Aplicacion para determinar las condiciones de realidad de las raices de la ecuacion $x^3 \pm pX \pm q=0$.

18. *Investigacion de las raices incommensurables.*

Separacion de estas raices.—Métodos sencillos para verificar esta separacion en algunos casos.—Uso del teorema de Rollé.—Método fundado en el teorema de Sturm.—Método de Lagrange por la ecuacion de las diferencias.—Exámen comparativo de estos varios procedimientos.

19. *Aproximacion de las raices incommensurables.*

Método por los limites ó de sustituciones intermedias.—Idem de Lagrange por desarrollo en fraccion continua.—Casos que se distinguen en este procedimiento.—Observaciones sobre la repeticion de los cocientes incompletos.—Método de Newton.—Exposicion de los fundamentos de este método de aproximacion.—Regla práctica usada en su aplicacion y defectos en que puede hacernos incurrir.—Precauciones para evitarlos.—Comparacion de este método con los anteriores y su apreciacion.—Manera mas conveniente de combinar en la práctica estos diferentes métodos, con objeto de sacar la mayor ventaja posible.

20. *Teorema de Laplace é investigacion de las raices imaginarias.*

1.ª Marcha que sigue Laplace en la exposicion de su teorema y partes en que lo divide.—Demostracion de cada una de ellas y consecuencias importantes que de él se deducen.—2.º Procedimiento directo para obtener las raices imaginarias de una ecuacion.—Aplicacion de la ecuacion de los cuadrados de las diferencias con el mismo objeto.—Examen especial de las raices negativas de esta ecuacion.—Defectos á que nos puede inducir el empleo de la ecuacion de los cuadrados de las diferencias.—Causas que los motivan y medios de evitarlos.

21. *Resolucion algebraica de las ecuaciones binomias.*

Definicion y forma general de esta clase de ecuaciones.—Reduccion á $ym \pm 1=0$ —Propiedades de las raices de las ecuaciones $ym \pm 1=0$, respecto á su número y clase.—Demostrar que estas raices son todas desiguales.—Particularidad notable que prestan las potencias $1 \dots 2 \dots m$. de las raices de la ecuacion $ym \pm 1=0$, cuando m es un número primo.—Resolucion algebraica de las ecuaciones $ym \pm 1=0$.

22. *Series: nociones generales sobre las Series.*

Definiciones.—Principales teoremas sobre las series que pueden ser convergentes.—Cálculo del valor de una serie.—Aplicacion al cálculo de la base del sistema de logaritmos Neperiano.

23. *Desarrollo de expresiones algebraicas en series.—Generalidad de la fórmula del binomio de Newton.*

1.º Consideraciones generales sobre la equivalencia de las series con las funciones generatrices.—Exposicion de algunos casos particulares en que las series aparecen espontáneamente al efectuar operaciones algebraicas.—Método de los coeficientes indetermina-

dos.—Verificación que es preciso hacer sufrir á las series ántes de tomarla por valor de la expresion propuesta.—Series recurrentes.—Escala de relacion.—
2.º Demostrar que la ley que siguen los exponentes y coeficientes en el desarrollo de un binomio es general para toda clase de exponentes comensurables.

SEGUNDO EJERCICIO.

Geometria Plana

1. *Nociones preliminares.*

Objeto de la geometria.—Determinacion de la linea recta y del plano.—Definicion de la circunferencia y rectas que se consideran en el círculo.

2. *De la linea recta.*

Medir una recta dada.—Hallar la comun medida de dos rectas.—Valuar su relacion siendo comensurables é incomensurables.

3. *De las perpendiculares oblicuas.*

Definicion del ángulo —Magnitud.—Definiciones de la perpendicular á una recta ó ángulo recto —Levantar y bajar perpendiculares.—Oblicuas.—Comparacion con la perpendicular.—Ángulos agudos y obtusos

4. *Teoría de las paralelas.*

5. *Propiedades generales de la circunferencia.*

Definiciones.—Determinacion de la circunferencia.—Perpendiculares bajadas á las cuerdas.—Secantes y tangentes —Propiedades de estas líneas.—De los arcos subtendidos por cuerdas.—Cuerdas igual ó desigualmente distantes del centro.—Circunferencias secantes y tangentes.—Condiciones de contacto ó de interseccion de las circunferencias.

6. *De la medida de los ángulos.*

Relacion entre los ángulos en el centro y sus arcos.—Medida del ángulo.

Division de la circunferencia en grados.—Medida de los ángulos cuyo vértice no se halla en el centro.

7. *Problemas sobre la linea recta y la circunferencia.*

8. *De los triángulos.*

Suma de los ángulos —Relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo.—Igualdad de triángulos.

9. *De los cuadrilateros.*

Propiedades de los paralelógramos.—Rombo.—Rectángulo y cuadrado.

—Condiciones para que un cuadrilatero sea inscribible ó circunscribible á la circunferencia.

10. *De los poligonos.*

Suma de sus ángulos interiores ó exteriores.—Condiciones de igualdad de los poligonos.—Número de condiciones que determinan un polígono.

11. *Problemas sobre los poligonos, triángulos y cuadrilateros.*

12. *Líneas proporcionales.*

Definiciones.—Propiedades de las rectas cortadas por paralelas.—Propiedades de los puntos de interseccion de un lado de un triángulo con las bisectrices de un ángulo opuesto y un suplemento.—Triángulos equiángulos.—Propiedades de las secantes que parten de un mismo punto.—De la tangente comparada con la secante.—De las cuerdas que se cortan dentro del círculo.

—Del triángulo rectángulo.—Relacion entre las longitudes de los lados de un triángulo oblicuángulo.—Relacion entre los cuadrados de los lados de un triángulo cualquiera.—Relacion entre las longitudes de los lados de un cuadrilatero cualquiera —Idem de un cuadrilatero inscribible.

12. *Poligonos semejantes*

Existencia de tales figuras.—Semejanza de triángulos.—Condiciones de semejanza de dos poligonos.

14. *Problema sobre las líneas proporcionales y los poligonos semejantes.*

15. *Poligonos regulares.*

Definiciones.—Pueden inscribirse y circunscribirse á las circunferencias —Inscrito un polígono regular en un círculo, circunscribir otro de duplo número de lados.—Calcular un lado del nuevo polígono en funcion de aquel y del radio de la circunferencia.—Inscrito un polígono regular, inscribir otro de duplo número de lados.—Calcular su lado en funcion de las mismas líneas —Dados los perímetros de dos poligonos regulares inscritos ó circunscritos, calcular el perímetro de los poligonos inscritos ó circunscritos de duplo número de lados —Inscripcion del cuadrado y relacion entre su lado y el radio.—Idem del triángulo, pentágono, exágono, decágono y pentadecágono.

16. *Relacion de la circunferencia al diámetro.*

Rectificacion de la circunferencia.—Solucion aproximada.

17. *Áreas de las superficies planas*

Relacion entre las áreas de dos rectángulos.—Expresion del área del rectángulo.—Idem del cuadrado, paralelogramo y triángulo.—Área del triángulo en funcion de los tres lados.—Área del trapecio, poligonos regulares y poligonos cualesquiera.—Idem del círculo y sus partes.

18. *Comparacion de áreas.*

Relaciones entre las áreas construidas sobre los lados de un triángulo rectángulo.—Expresion del área del cuadrado sobre la suma ó diferencia de dos rectas.—Del rectángulo construido sobre la suma ó diferencia de dos rectas.

Relacion de los triángulos y poligonos sectores etc. semejantes.

19. *Problemas sobre las áreas.*

GEOMETRIA EN EL ESPACIO.

1. *Rectas y planos.*

Generacion del plano.—Propiedades de las perpendiculares oblicuas y paralelas á un mismo plano.—Propiedades de los planos paralelos.—Ángulos cuyos lados son paralelos.—Levantar y bajar perpendiculares á un plano.—Idem á una recta en el espacio.—Menor distancia entre dos rectas.—Inclinacion de una recta sobre un plano.—Problemas sobre estas teorías.

2. *Ángulos diedros.*

Definiciones.—Propiedades de los planos perpendiculares entre sí.—Relaciones entre dos ángulos diedros y sus rectilíneos correspondientes —Medida de los ángulos diedros.

3. *Ángulos poliedros*

Definiciones.—Triedro y poliedro suplementario.—

Relaciones entre un ángulo plano y los otros dos de un triedro.—Límite de la suma de los ángulos planos en un poliedro convexo.—Límite de la suma de los diedros de diedro.—Igualdad de los triedros.—Triedros y ángulos poliedros simétricos.—Condiciones necesarias y suficientes para construir un ángulo triedro.—Medida del ángulo triedro.—Idem de un poliedro.—Problemas sobre ángulos diedros y poliedros.

4. *Superficie esférica.*

Definiciones.—Determinar una esfera.—Intersecciones de un plano con la esfera.—Medida del ángulo esférico.—Propiedades del plano tangente.—Condiciones de intersección y contacto de dos esferas.—Triángulos esféricos.—Propiedades y condiciones de igualdad de los triángulos esféricos.—Menor distancia de dos puntos sobre la esfera.—Idem sobre una superficie curva cualquiera.—Problemas sobre las esferas.

5. *Propiedades generales de los poliedros.*

Definiciones y clasificación.—Condiciones de igualdad de dos tetraedros.—Pirámide.—Paralelepípedo.—Sus propiedades.—Cubo.—Prismas.—Condiciones de igualdad de dos poliedros.—Teorema de Euler.

6. *Poliedros semejantes y simétricos.*

Definiciones.—Propiedades.—Condición de semejanza de dos tetraedros.—Idem de dos tetraedros cualquiera.—Propiedades de los poliedros simétricos.

7. *Poliedros regulares.*

Definiciones.—Propiedades.

8. *Áreas de los cuerpos.*

Área de un poliedro cualquiera.—Determinación de las expresiones de las áreas, de las pirámides, prismas, conos, cilindros, troncos de estos, poliedros, esfera y sus partes.—Áreas de los cuerpos engendrados por polígonos que giran.—Comparación de las áreas de los cuerpos semejantes.—Problemas sobre las áreas.

9. *Medida de los volúmenes*

Definiciones.—Relación de los volúmenes de los paralelepípedos-rectángulos.—Volumen del paralelepípedo.—Idem del cubo.—Teorema en que se funda la expresión del volumen de un paralelepípedo-oblicuo.—Medida de su volumen.—Idem de los prismas de cualquier clase.—Del cilindro, cono, de los troncos de estos cuerpos.—De la esfera y sus partes.

(Se concluirá.)

SECCION DE ANUNCIOS.

Ha sido girado el repartimiento general de esta villa, para cubrir el déficit del presupuesto de gastos municipales de la misma, y encabezamiento de consumos, correspondiente á la referida villa y año corriente económico; y se halla expuesto al público en la Secretaría de Ayuntamiento por término de ocho días en cuyo término los incluidos en él pueden hacer las reclamaciones que crean convenientes, pues pasado no se les oirá.

Lagunilla 5 de Octubre de 1874.—El Alcalde Presidente, Lucio Martínez.—Marcial Montalvo, Secretario.

Terminado el repartimiento de la contribución territorial de este distrito municipal, para el ejercicio de 1874 á 75, se hace saber, que se hallará de manifiesto en la Secretaría de Ayuntamiento por término de ocho días á fin de que los comprendidos en él puedan enterarse de las cuotas que se les ha fijado é interponer las reclamaciones que crea convenientes.

Quel 7 de Octubre de 1874.—El Alcalde, Salustiano Solís y Muro.

OBRAS RECIEN PUBLICADAS

POR

D. EUSEBIO FREIXA Y RABASÓ.

GUIA DE CONSUMOS.

Quinta edición,

ajustada al Decreto é Instrucción de 26 de Junio de este año, con formularios para todos los casos que puedan ofrecerse á los Ayuntamientos, á los empleados del ramo y al público en general.—*Precio, 2 pesetas.*

AYUNTAMIENTOS Y DIPUTACIONES PROVINCIALES.

con las leyes municipal y provincial vigentes, extractos al márgen de sus artículos, citas de las disposiciones dictadas sobre ellas y notas aclaratorias para el más fácil ejercicio de los derechos y deberes de todos y cada uno de los españoles, etc.—*Su precio 2 pesetas.*

GUIA DE ELECCIONES,

comprensiva de la ley electoral, con extractos marginales y profusión de citas y notas referentes á las disposiciones oficiales publicadas hasta la fecha.—(*Precio 75 céntimos de peseta. (3 reales)*)

AUXILIAR DE BUFETES.

Obra instructiva, curiosa y útil.—*Una peseta.*

PRONTUARIO ALFABÉTICO

para el uso del papel sellado.—*2 pesetas.*

Se hallan de venta en las principales librerías. Los pedidos podrán dirigirse, con remisión de su importe, á D. José Fernandez Martínez, en la Secretaría del Ayuntamiento de Madrid.

A los librereros se les hará una rebaja proporcional.

Todo pedido que importe de 3 pesetas en adelante, se servirá certificado. Cuando se haga de las cinco obras, costarán en junto únicamente 6 pesetas 50 céntimos.

ADVERTENCIA. El Sr. Freixa está preparando la 2.^a edición de un *Prontuario de la Administración municipal*, que será una obra completísima, con profusión de expedientes tan útiles como curiosos, comprensiva al todo de 1500 formularios próximamente.—Las condiciones de la publicación se anunciarán muy pronto.