

APLICACIONES DE LAS DETERMINANTES Á LA TRIGONOMETRÍA

POR D. LAURO CLARIANA Y RICART.

Catedrático en el Instituto de Tarragona.

Grandes son las aplicaciones que saca hoy ya la ciencia de la célebre teoría de las determinantes; y como quiera que ignoramos que nadie se haya ocupado de desenvolver bajo la forma de determinante, las ecuaciones trigonométricas para la resolución de los triángulos planos, vamos nosotros á emprender esta tarea, reduciendo cada ecuacion particular de la trigonometría á esta forma, obteniendo por fin una determinante sintética de los tres grupos de fórmulas trigonométricas, en donde se hallen debidamente combinados, armónica y simétricamente, los seis elementos de un triángulo.

Tomemos una ecuacion cualquiera correspondiente al primer grupo, por ejemplo:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

Esta ecuacion puede sufrir las trasformaciones siguientes:

$$\frac{1}{\sin^2 A} \times a^2 \sin^2 A = (b^2 \sin^2 A + c^2 \sin^2 A - 2bc \sin^2 A \cos A) \times \frac{1}{\sin^2 A}, \text{ ó tambien}$$

$$\frac{a^2 (1 - \cos^2 A)}{\sin^2 A} = \frac{b \sin A (b \sin A - c \sin A \cos A) + c \sin A (c \sin A - b \sin A \cos A)}{\sin^2 A},$$

luego:

$$\frac{a^2 (1 - \cos^2 A) - b \sin A (b \sin A - c \sin A \cos A) + c \sin A (b \sin A \cos A - c \sin A)}{\sin^2 A} = 0.$$

Este resultado lo podemos expresar inmediatamente por una determinante, considerando a^2 , $-b \sin A$ y $c \sin A$ como los complementos algebraicos de las determinantes menores de segundo grado, expresadas por lo que hay dentro de los paréntesis en la igualdad anterior, y así resulta:

$$\frac{1}{\sin^2 A} \begin{vmatrix} a^2 & b \sin A & c \sin A \\ b \sin A & 1 & \cos A \\ c \sin A & \cos A & 1 \end{vmatrix} = 0$$

De la misma manera transformaríamos las demás ecuaciones del primer grupo bajo la forma de determinante.

Si pasamos al segundo grupo de fórmulas trigonométricas,

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}, \text{ se deduce } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b},$$

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$, $\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$, igualdades que escritas bajo la forma de determinantes, se pueden expresar de la manera siguiente:

$$0 = \begin{vmatrix} \sin A & \sin B \\ a & b \end{vmatrix} \quad (1) \quad 0 = \begin{vmatrix} \sin B & \sin C \\ b & c \end{vmatrix} \quad (2) \quad 0 = \begin{vmatrix} \sin A & \sin C \\ a & c \end{vmatrix} \quad (3)$$

Hallemos ahora una determinante que reasuma estas tres,

multiplicándolas entre sí: de este modo multiplicando la (1) por la (2) resulta:

$$\begin{vmatrix} \text{sen A sen B} + ab, & \text{sen}^2 \text{ B} + b^2 \\ \text{sen A sen C} + ac, & \text{sen B sen C} + bc \end{vmatrix} = 0.$$

Multiplicando esta determinante por (3), se obtiene:

$$\begin{vmatrix} \text{sen}^3 \text{ A sen B} + ab \text{ sen A} + a \text{ sen A sen C} + a^2 c, & \text{sen}^2 \text{ B sen A} + a \text{ sen B sen C} + b^2 \text{ sen A} + abc \\ \text{sen A sen B sen C} + ab \text{ sen C} + c \text{ sen A sen C} + ac^2, & \text{sen}^2 \text{ B sen C} + b^2 \text{ sen C} + c \text{ sen B sen C} + bc^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Esta determinante contiene ya los seis elementos del triángulo debidamente combinados; empero, este resultado es producido por un solo grupo y no por los tres de la trigonometría, como pretendemos; á este fin averiguarémos, ántes de desenvolver la determinante final, las que corresponden al grupo tercero siguiente:

$$\left. \begin{aligned} a &= b \cos C + c \cos B \\ b &= a \cos C + c \cos A \\ c &= a \cos B + b \cos A \end{aligned} \right\} (\Delta)$$

Fácilmente se comprende que estas igualdades se pueden expresar bajo la forma de determinante, segun puede verse á continuación:

$$a = \begin{vmatrix} b & -c \\ \cos B & \cos C \end{vmatrix}, \quad b = \begin{vmatrix} a & -c \\ \cos A & \cos C \end{vmatrix}, \quad c = \begin{vmatrix} a & -b \\ \cos A & \cos B \end{vmatrix}$$

Pero, ántes de pasar adelante, hemos de advertir que si en el grupo (Δ) eliminamos $\cos C$ y $\cos B$, resulta:

$$\begin{aligned} a^3 - b^2 a - c^2 a + 2 abc \cos A &= 0, \text{ ó sea} \\ a(a^2 - 0) - b(ba - ac \cos A) + c(ab \cos A - ca) &= 0, \text{ ó tambien} \\ a^2(1 - 0) - b(b - c \cos A) + c(b \cos A - c) &= 0; \end{aligned}$$

cuyo resultado puede ser escrito bajo la forma de determinante, debiendo ser ésta, equivalente á la que ya hallamos con referencia al primer grupo, sólo que ahora adquiere la forma siguiente:

$$\begin{vmatrix} a^2 & b & c \\ b - c \cos A & 1 & 0 \\ c - b \cos A & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Pues bien, teniendo ya los tres grupos de fórmulas trigonómicas bajo la expresion de determinante, podemos combinarlas entre sí para tener la determinante final, expresion genuino de las relaciones que existen entre los seis elementos de un triángulo.

Sea la determinante ya hallada

$$a = \begin{vmatrix} b & -c \\ \cos B & \cos C \end{vmatrix}$$

la cual se puede representar por la de tercer grado siguiente:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ \cos C & 1 & 0 \\ \cos B & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\alpha)$$

Si tomamos la determinante correspondiente al segundo grupo

$$\begin{vmatrix} \text{sen B} & \text{sen C} \\ b & c \end{vmatrix} = 0$$

podrá representarse también por la de tercer grado siguiente:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen B} & \text{sen C} \\ 0 & b & c \end{vmatrix} = 0. \quad (C)$$

Multiplicando (α) por (C), se tiene:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ \text{sen B cos C} + b \text{ cos B} & \text{sen B} & b \\ \text{sen C cos C} + c \text{ cos B} & \text{sen C} & c \end{vmatrix} = 0.$$

Multiplicando por fin esta determinante -combinación de las determinantes correspondientes á los dos grupos últimos de las fórmulas trigonométricas- por la determinante ya hallada, correspondiente al primer grupo, ó sea

$$\begin{vmatrix} a^2 & b & c \\ b - c \text{ cos A} & 1 & 0 \\ c - b \text{ cos A} & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

se obtiene la determinante final

$$(\gamma) \begin{vmatrix} a^3 + (b - c \text{ cos A})(\text{sen B cos C} + b \text{ cos B}) + (c - b \text{ cos A})(\text{sen C cos C} + c \text{ cos B}), & a^2 b + (b - c \text{ cos A})\text{sen B} & a^2 c + b^2 + c^2 \\ ab + \text{sen B cos C} + b \text{ cos B} & b^2 + \text{sen B} & bc + b \\ ac + \text{sen C cos C} + c \text{ cos B} & bc + \text{sen C} & c^2 + c \end{vmatrix} = 0$$

Ahora podemos simplificar la primera línea; tomando el primer término resulta:

$$\begin{aligned} & a^3 + (b - c \text{ cos A})(\text{sen B cos C} + b \text{ cos B}) + (c - b \text{ cos A})(\text{sen C cos C} + c \text{ cos B}) = \\ & = a^3 + b \text{ sen B cos C} - c \text{ cos A sen B cos C} + b^2 \text{ cos B} - bc \text{ cos A cos B} \\ & \quad + c \text{ sen C cos C} - b \text{ cos A sen C cos C} + c^2 \text{ cos B} - bc \text{ cos B cos A} = \\ & = a^3 + a^2 \text{ cos B} + b(\text{sen A cos C} + \text{cos A sen C})\text{cos C} - c \text{ cos A sen B cos C} \\ & \quad + c(\text{sen A cos B} + \text{cos A sen B})\text{cos C} - b \text{ cos A sen C cos C} = a^3 + a^2 \text{ cos B} \\ & \quad + b \text{ sen A cos}^2 \text{ C} + c \text{ sen A cos B cos C} = \\ & a^3 + a^2 \text{ cos B} + \text{sen A cos C}(b \text{ cos C} + c \text{ cos B}) = a^3 + a^2 \text{ cos B} + a \text{ sen A cos C}. \end{aligned}$$

Si tomamos el segundo término de la primera línea, se tiene:

$$\begin{aligned} & a^2 b + b \text{ sen B} - c \text{ cos A sen B} + c \text{ sen C} - b \text{ cos A sen C} = \\ = & a^2 b + b(\text{sen A cos C} + \text{cos A sen C}) - c \text{ cos A sen B} + c(\text{sen A cos B} + \text{cos A sen B}) \\ & - b \text{ cos A sen C} = a^2 b + b \text{ sen A cos C} + c \text{ sen A cos B} = a^2 b \\ & \quad + \text{sen A}(b \text{ cos C} + c \text{ cos B}) = a^2 b + a \text{ sen A}. \end{aligned}$$

Por fin, el tercer término de la primera línea da

$$a^2 c + b^2 + c^2 - 2 bc \text{ cos A} = a^2 c + a^2 = a^2(c + 1).$$

Sustituyendo estos valores en la determinante (γ) resulta:

$$\begin{vmatrix} a^3 + a^2 \text{ cos B} + a \text{ sen A cos C} & a^2 b + a \text{ sen A} & a^2(c + 1) \\ ab + \text{sen B cos C} + b \text{ cos B} & b^2 + \text{sen B} & bc + b \\ ac + \text{sen C cos C} + c \text{ cos B} & bc + \text{sen C} & c^2 + c \end{vmatrix} = 0,$$



ó tambien

$$\begin{vmatrix} a(a^2 + \text{sen } A \cos C + a \cos B) & a(ab + \text{sen } A) & a^2(c+1) \\ ab + \text{sen } B \cos C + b \cos B & b^2 + \text{sen } B & b(c+1) \\ ac + \text{sen } C \cos C + c \cos B & bc + \text{sen } C & c(c+1) \end{vmatrix} = 0.$$

Partiendo la primera línea por a , y la última vertical por $c+1$, se tiene definitivamente:

$$\begin{vmatrix} a^2 + \text{sen } A \cos C + a \cos B & ab + \text{sen } A & a \\ ab + \text{sen } B \cos C + b \cos B & b^2 + \text{sen } B & b \\ ac + \text{sen } C \cos C + c \cos B & bc + \text{sen } C & c \end{vmatrix} = 0,$$

ó sea

$$\begin{vmatrix} a(a + \cos B) + \text{sen } A \cos C & ab + \text{sen } A & a \\ b(a + \cos B) + \text{sen } B \cos C & b^2 + \text{sen } B & b \\ c(a + \cos B) + \text{sen } C \cos C & bc + \text{sen } C & c \end{vmatrix} = 0,$$

determinante sintética de los tres grupos de fórmulas trigonométricas para la resolución de los triángulos planos.

Notable es sin duda la simetría y armonía que se nota en los diferentes términos de dicha determinante, poder admirable y característico de esta clase de expresiones.

Mas para convencernos de la verdad de este resultado basta probar, por fin, como el valor de esta determinante es realmente igual á cero, para lo cual podemos emplear, por ejemplo, el método de *Sarrus*, escribiendo los términos de la determinante anterior bajo la forma que sigue:

$$\begin{array}{ccc} a(a + \cos B) + \text{sen } A \cos C & ab + \text{sen } A & a \\ b(a + \cos B) + \text{sen } B \cos C & b^2 + \text{sen } B & b \\ c(a + \cos B) + \text{sen } C \cos C & bc + \text{sen } C & c \\ a(a + \cos B) + \text{sen } A \cos C & ab + \text{sen } A & a \\ b(a + \cos B) + \text{sen } B \cos C & b^2 + \text{sen } B & b \end{array}$$

multiplicando respectivamente en cruz, separando los productos positivos de los negativos, se tiene:

$$\begin{aligned} & [a(a + \cos B) + \text{sen } A \cos C](b^2 + \text{sen } B)c - [c(a + \cos B) + \text{sen } C \cos C](b^2 + \text{sen } B)a \\ & [b(a + \cos B) + \text{sen } B \cos C](bc + \text{sen } C)a - [a(a + \cos B) + \text{sen } A \cos C](bc + \text{sen } C)b \\ & [c(a + \cos B) + \text{sen } C \cos C](ab + \text{sen } A)b - [b(a + \cos B) + \text{sen } B \cos C](ab + \text{sen } A)c \end{aligned}$$

Ahora verificando operaciones y simplificando, se obtiene

$$(b^2 + \text{sen } B)\cos C(c \text{ sen } A - a \text{ sen } C) + (bc + \text{sen } C)\cos C(a \text{ sen } B - b \text{ sen } A) + (ab + \text{sen } A)\cos C(b \text{ sen } C - c \text{ sen } B);$$

empero, este resultado en virtud de las relaciones trigonométricas $\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$, se reduce á cero; por lo tanto, queda con esto completamente probado que la última determinante que hemos hallado es verdadera.

VARIACIONES DE LONGITUD QUE ACOMPAÑAN A LA MAGNETIZACION

POR AUGUSTO RIGHI.

(CONTINUACION.)¹

Efectos de corrientes sucesivas—En general, despues que una corriente ha magnetizado una barra de hierro ó de acero y se envía á la hélice otra corriente más débil y en igual sentido, sólo se observa un pequeño alargamiento, y á veces ninguno cuando es poco intensa la corriente. Por el contrario, la misma corriente, enviada en direccion opuesta á la primitiva, produce un acortamiento de la barra con el cual desaparece en parte aquel alargamiento que quedó despues de la corriente intensa. Sabemos por las notables investigaciones de Wiedemann que la segunda corriente, si tiene una intensidad apropiada, puede desmagnetizar enteramente la barra. En tales condiciones, no he podido observar jamás que la barra recobrara exactamente la misma longitud que tenía, ántes de sufrir cualquiera induccion, sino que por el contrario, conserva siempre una longitud mayor que la inicial; así por ejemplo, una barra de acero de 7^{mm} de diámetro dió los alargamientos siguientes:

Posicion inicial de la escala.	342 ^{mm}
Corriente intensa en la hélice.. . . .	360
Circuito abierto.. . . .	358,5
Con pequeña corriente inversa capaz de desmagnetizar la barra.. . . .	345

Así pues, *una barra magnetizada con la corriente se conserva más larga que cuando no lo era*, confirmando de este modo lo que por otros procedimientos se habia llegado á suponer; esto es, que una barra magnetizada por una corriente está en muy diferentes condiciones que otra que no hubiera experimentado induccion alguna. Una misma corriente de la hélice inductriz que obre sobre una barra que haya sido primero fuertemente magnetizada, puede, pues, producir efectos opuestos segun sea la direccion, lo que hasta cierto punto explica la divergencia de resultados obtenidos por vários experimentadores.

Fenómenos que se observan en el acto de emplear la polaridad magnética.—Supongamos que despues de haber dirigido una corriente á la hélice y de haberla interrumpido se envía de nuevo la misma corriente en igual direccion; si en el eje de la hélice se encuentra colocado un hilo de hierro más ó ménos dulce, se verá de nuevo en el campo del anteojo cambiar la posicion de la imagen de la escala indicando cierto alargamiento, el cual desapa-

¹ CRÓNICA CIENTÍFICA, págs. 155 y 178.

rece abriendo el circuito. Por rápido que sea el movimiento de la imagen de la escala, es suficiente, sin embargo, para persuadirse de que aquélla se ha movido en la dirección observada. Si en el eje de la hélice se ha colocado una barra de acero templado, la imagen de la escala podrá quedar absolutamente inmóvil al cerrarse el circuito ya que después de la corriente anterior quedó permanentemente alargada.

Si se manda á la hélice una corriente en sentido contrario al primero ó se cierra el circuito, se invierte en aquélla la corriente. Observando el anteojo con atención se verá con claridad en el caso del hierro dulce, que la imagen de la escala se cierra á corta diferencia en la misma posición como en el caso precedente, pero en el acto de cambiar de lugar se encamina en dirección opuesta á la posición en que después se cierra definitivamente; y en el caso del acero templado en vez de quedar fija la escala, se observa un rápido cambio de posición, para el cual por un instante la imagen de aquélla se hace confusa y desaparece, después de lo que reaparece de nuevo en la posición primitiva. Estos fenómenos indican que tanto al emplear el hierro como el acero, en el acto en que se invierte la polaridad, la barra se acorta momentáneamente; ó en otros términos, la barra verifica en el acto de la inversión una oscilación longitudinal como consecuencia de la rotación instantánea que deben sufrir las moléculas para obedecer á la nueva fuerza inductriz.

Para hacer evidente este acortamiento instantáneo en el acto de la inversión de la polaridad recurrí al siguiente artificio: dispuse entre el anteojo y el lugar donde se forma la imagen de la escala una pantalla opaca que ocultaba la mitad del campo; separada la escala de su lugar fué sustituida por otra pantalla de metal con un pequeño agujero iluminado por una llama, de manera, que si en el anteojo no se hubiera puesto aquella pantalla que ocultaba la mitad del campo, observando en él, se hubiera visto un punto luminoso, imagen de aquel agujero. Los aparatos estaban de tal manera dispuestos que si se alargaba la barra el punto luminoso no aparecía, ocultándose poco á poco detrás de la mencionada pantalla opaca, y de este modo el campo del anteojo quedaba completamente oscuro, habiendo tenido la precaución de dejar la cámara sin luz; si la barra se acortaba, aunque fuera poco, el punto luminoso aparecía en la parte libre del campo del anteojo: de esta manera pude comprobar que cerrando el circuito con la corriente en la misma dirección, el campo óptico permanecía oscuro, y si por el contrario se enviaba al circuito una corriente en opuesto sentido, aparecía por un instante el punto luminoso, indicando así de una manera evi-

dentísima un acortamiento transitorio en el acto de la inversion de la polaridad.

Influencia del magnetismo terrestre.— Experimentando con barras ó alambres de hierro recocido, he podido observar que el alargamiento producido por una corriente de intensidad constante era diferente segun fuese el sentido de la corriente. Así por ejemplo, al enviar la corriente en el sentido que llamaremos A ó en el sentido opuesto B y empleando sucesivamente de 2 á 6 pares Bunsen, daba el siguiente alargamiento una barra de 16^{mm} de diámetro.

Número de pares.	Alargamiento en milímetros de la escala.	
	Corriente A.	Corriente B.
2	4 ^{mm} ,5	7 ^{mm}
3	7	9
4	10	12
5	12 , 5	15
6	14 , 5	17 , 5

Esta diferencia de efecto fué siempre visible, aun cuando empleé barras no magnetizadas y experimenté primero con las corrientes débiles y despues con las más intensas, de consiguiente no puede pues atribuirse aquella diferencia al magnetismo remanente. Como que la mayor longitud se observa siempre cuando la polaridad del hierro es en el mismo sentido de la que produce la induccion terrestre, paréceme que ésta debe considerarse como causa del fenómeno. De manera que el efecto del magnetismo terrestre puede suponerse sustituido por el de una corriente constante que recorra la hélice en determinado sentido; y de aquí que segun la direccion de la corriente que en realidad se envia al circuito se aumente ó disminuya la longitud.—(*Se continuará.*)

LÁMPARA ELÉCTRICA CIRCULAR

NOTA DE CH. STEWART.

Profesor en la Universidad de Cambrigde.

La nueva lámpara que he inventado y que no debe confundirse con la anteriormente descrita ¹, está formada por una série de carbones cuadrados dispuestos en radios sobre la superficie de un disco de madera ó de metal, en tales términos, que los extremos interiores de los carbones constituyen un círculo completo; en el centro del disco hay una abertura á través de la cual se ve la luz eléctrica por debajo; los carbones están dirigidos hácia el centro por una presion uniforme y avanzan á medida que se van gastando. El círculo de los carbones, que no cambia en su

¹ CRÓNICA CIENTÍFICA, pág. 130.

magnitud, forma el electrodo positivo de la lámpara; el negativo consiste en un hemisferio, cerrado, de cobre que se apoya sobre el círculo de los carbones ántes de entrar en la lámpara la corriente eléctrica.

Cuando la corriente llega, atrae y levanta el electrodo metálico dando lugar á la formacion del arco entre el círculo de los carbones y el electrodo metálico, por el cual pasa una corriente de agua para evitar el aumento de temperatura.

Las ventajas de esta lámpara pueden reasumirse del modo siguiente: 1.º es automática y de construccion muy sencilla; 2.º es capaz de iluminar por un gran espacio de tiempo (mil horas) †; 3.º no produce sombras; 4.º la intensidad de la lámpara puede ser aumentada á voluntad.

COLEÓPTEROS DE MENORCA

POR EL DR. D. F. CARDONA Y ORFILA, PBRO.

Despues de la publicacion de mis humildes trabajos: «*Catálogo metódico de los Coleópteros de Menorca—1872*», «*Doscientos Coleópteros más de Menorca—1875*» y «*Otros cien Coleópteros de Menorca—1878*», no he cejado en la aficion de recoger esos Insectos, y como en lo sucesivo sería algo difícil publicarlos en aquella forma doy á conocer hoy 28, que, sumados con los contenidos en dichos opúsculos, se elevan al contingente respetable de 757 especies.

Aparte de los que pueden todavía ser descubiertos en esta Balear, quédanme aún muchos, recogidos ya, pendientes de estudio, los cuales se darán á la estampa á medida que se vayan determinando, sin perjuicio de refundir al último todos mis impresos en un tomo tan voluminoso como lo exijan el total de los Coleópteros Menorquines y los abundantes datos de que irán acompañados.

Concluyo con una aclaracion. Valgan ahora igualmente las *Observaciones* hechas ántes en las mentadas publicaciones.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| <i>Carabidæ.</i> | 2. <i>Dyschirius inmarginatus</i>
Putz. |
| 1. <i>Leistus fulvibarbis</i> Dej.* | <i>Harpalidæ.</i> |
| <i>Ditomidæ.</i> | 3. <i>Anisodactylus pœciloides</i>
Steph. |
| 1. <i>Apotomus rufithorax</i> Pech. | 14. <i>Harpalus puncticollis</i>
Payk. |
| <i>Scaritidæ.</i> | |
| 3. <i>Scarites gigas</i> F. | |

† Si no es un *lapsus calami* del autor, esta cifra nos parece exagerada.—N. de la R.

- | | |
|--|--|
| <p>15. Harpalus Kabylianus Reich.
 4. Acupalpus brunnipes Sturm.
 <i>Feronidæ.</i>
 2. Zabrus gibbus Fabr.
 3. Amara apricaria Payk.
 4. Pristonychus Bœticus Ramb.
 5. Pristonychus Algerinus Gor.
 7. Anchomenus albipes F.*
 2. Olisthopus glabricollis Germ.
 <i>Trechidæ.</i>
 4. Tachis hæmorrhoidalis Dej.
 5. Tachis parvula Dej.?
 6. — bistriata Duft.*
 <i>Gyrinidæ.</i>
 4. Gyrinus v. angustatus Aub.</p> | <p><i>Oxytelidæ.</i>
 2. Bledius Graellsii Fauv.
 <i>Histeridæ.</i>
 4. Hister bimaculatus L.
 10. Saprinus rotundatus Illig.
 <i>Nitidulidæ.</i>
 2. Brachypterus pallipes Mur.
 <i>Copridæ.</i>
 2. Onitis v. Melibœus Muls.
 <i>Dasytidæ.</i>
 1. Amauronia sp.
 <i>Pedilidæ.</i>
 1. Scryptia sp.
 <i>Anthicidæ.</i>
 9. Anthicus 4 maculatus Luc.
 10. — fuscicornis Laft.
 11. — Genei Laft.</p> |
|--|--|

LA HIPÓTESIS DE LAPLACE

POR H. A. FAYE.

La magnífica hipótesis de Laplace sobre la formación del mundo, es demasiado conocida para que tenga necesidad de recordarla; aquella teoría parecía reunir, hace pocos años, el mayor número, y, según el P. Secchi, la unanimidad de los sufragios de los astrónomos. No obstante, serias dudas se han suscitado en el extranjero en estos últimos tiempos, y parece que ha llegado el momento de someter esta hipótesis á un nuevo exámen, tarea que me esforzaré en llevar á cabo con el respeto que debemos á las ideas de nuestro gran geómetra y con la reserva que impone cuestion tan delicada.

En la época de Laplace esta hipótesis satisfacía admirablemente á las condiciones que se conocían ó, á lo ménos, que se creían conocer bien; hay en nuestro sistema, decía Laplace, cuarenta y tres movimientos, que se efectúan todos en el mismo sentido, á saber: las circulaciones de once planetas y de diez y ocho satélites; las rotaciones de catorce de estos cuerpos, que son: el Sol, seis planetas, la Luna, los satélites de Júpiter, el anillo de Saturno y uno de sus satélites. Luégo se encuentra por el cálculo que hay más de 4000 millares de probabilidades contra 1, que esta disposición no es objeto de la casualidad, lo que constituye una probabilidad muy superior á la de los acontecimientos históricos, acerca de los cuales no es permitido dudar. Debemos, pues, creer, á lo ménos con igual confianza, que una causa primitiva ha dirigido en el mismo sentido que la rotacion

del Sol todas estas circulaciones, todas estas rotaciones de planetas y satélites.

De este modo Laplace concibió su hipótesis, que permite asegurar el mismo sentido á los movimientos de circulacion al rededor del Sol, á las rotaciones de los planetas, á las rotaciones de los satélites y á su circulacion al rededor de sus planetas centrales, en toda la extension del sistema solar. Desde esta época se han descubierto más de doscientos planetas, y uno de ellos, Neptuno, ha casi doblado la extension de nuestro sistema. De este enorme número de nuevos planetas, encontrados en diferentes regiones, ni uno solamente ha venido á contradecir la idea de Laplace.

Hay, pues, en esta teoría un punto que no admite discusion: éste es la idea de que nuestro sistema solar se ha formado á expensas de una masa primitivamente muy extendida y animada, principalmente, de un movimiento de rotacion de derecha á izquierda. Cualquiera que sea el modo de formacion de los planetas, los cuales, por otra parte, no han adquirido de la masa primitiva más que $\frac{1}{700}$, á lo más, de su valor, la circulacion originaria ha debido engendrar planetas que se mueven en el mismo sentido en el plano del ecuador primitivo.

No obstante, al lado de estas evidentes confirmaciones, se han producido tambien contradicciones irrefutables que han conmovido el resto de la hipótesis. A la época de Laplace los movimientos de los satélites de Urano no eran bien conocidos, pues ha sido preciso reducir á cuatro su número, evaluado en un principio en seis. La determinacion del sentido de sus movimientos, que se creyeron primeramente directos, por pura analogía, exigia un tiempo bastante largo, terminando por reconocer que todos estos satélites son retrógrados; lo que permite creer que la rotacion del planeta afecta el mismo sentido.

Pero la teoría estaba hecha; los astrónomos se han consolado, en un principio, de esta contrariedad, pensando, muy gratuitamente por cierto, que aquello era, al fin y al cabo, una excepcion debida quizás á alguna causa exterior; pero más tarde se ha descubierto un satélite al planeta Neptuno, mucho más distante aún que Urano, y este satélite se ha encontrado más declaradamente retrógrado que los de este último planeta. No se trataba, pues, en aquel caso, de una excepcion, sino de un conjunto de hechos, y la siguiente conclusion, aún cuando no ha sido formulada, se impone desde luego. El sistema solar se divide en dos mitades: en la una, la más cercana al Sol, las rotaciones de los planetas y los movimientos de los satélites son todos directos; en la otra mitad todos son retrógrados.

La hipótesis de Laplace sólo concede los movimientos directos á los satélites y á las rotaciones planetarias, á causa de una idea preconcebida cuya filiacion voy á indicar. Dicha hipótesis admite, en efecto, que los anillos nebulosos sucesivamente desprendidos del Sol, giraban al rededor de él, sin desprenderse, en el sentido directo, como lo haria un anillo sólido, de suerte, que al borde exterior la velocidad lineal de rotacion era más grande que en el borde interior, en la exacta proporcion de las distancias al centro. Si fuera así y que el anillo llegara á trasformarse en una masa única por la concentracion de todas sus partículas al rededor de un centro de atraccion preponderante, esta masa deberá adquirir una rotacion directa y dar más tarde origen á satélites igualmente directos.

Laplace habia estudiado profundamente la teoría de los anillos de Satur-

no, cuya consideracion le ha conducido á ocuparse más tarde de la formacion del sistema solar. En sus investigaciones analíticas sobre estos anillos, Laplace ha adoptado y desarrollado una idea de Maupertuis; admitiendo como él, que el anillo de Saturno está animado de un movimiento de rotacion al rededor de un eje, y ha demostrado que en tales condiciones un anillo flúido puede estar en equilibrio bajo la accion mútua de sus partículas combinadas con su rotacion y las fuerzas exteriores, en el caso que el período de la rotacion fuera el de la circulacion de un satélite allí colocado, y que su figura generatriz fuera una elipse que tuviera su eje mayor dirigido hácia el planeta. Evidentemente Laplace concibió más tarde sobre el mismo plan todos los anillos flúidos que imaginó al rededor del Sol.

Pero en la actualidad las ideas de los astrónomos han totalmente cambiado respecto á ese particular. Se ha abandonado la idea de Maupertuis y de Laplace para admitir la de Cassini, que consideraba ya á los anillos de Saturno como una reunion de satélites, idea que, á la verdad, no se apoyaba en consideraciones de Mecánica ¹.

Pero en este caso las partículas de estos anillos, los más separados del cuerpo central, tienen las menores velocidades lineales, y, si vienen á condensarse en un solo globo, dando origen á un planeta rodeado de satélites, las rotaciones y las circulaciones de este pequeño sistema serán todas retrógradas, como sucede en una mitad del sistema solar. Solamente la hipótesis de Laplace, así modificada, exigiria que fuera la misma por todas partes, de suerte que para nosotros en particular, habitantes de la Tierra, el sentido del movimiento diario del cielo deberia ser cambiado.

No es ésto todo: hace tres años se han descubierto en América, dos satélites al planeta Marte, que no parecian tener ninguno de los tiempos de Laplace; hé aquí, pues, el primer círculo en una region privada por la teoría, á la formacion de estos astros. La duracion de la rotacion de un planeta, decia Laplace, debe ser, en mi hipótesis, más pequeña que la duracion de la revolucion del cuerpo más próximo que circula al rededor de aquél. El satélite Fobos da la vuelta á su planeta en un espacio de tiempo tres veces menor del que emplea en girar este último al rededor de su eje, y no es esta la sola excepcion á la regla de Laplace; pues sucede lo mismo, como lo ha observado hace mucho tiempo M. Roche, en una parte de los anillos de Saturno, deduciéndose de todo esto que hay alguna defectuosidad en la idea madre de la teoría.

La idea fundamental del sistema de Laplace es que el Sol es, salvo la incandescencia, un globo como el nuestro, sólido ó líquido, envuelto por una atmósfera, la que enriquecida sin duda por algunos materiales más volátiles que los otros, se habia extendido anteriormente bajo la influencia del calor originario, hasta á los límites de nuestro mundo, propagándose la velocidad de rotacion del globo central en capas sucesivas por efecto de su friccion mútua, regulando en perfecto acuerdo la rotacion de la atmósfera sobre la del globo central. Por efecto del enfriamiento este globo central se ha contraído poco á poco; su velocidad de rotacion y por consiguiente la de la atmósfera ha ido pues acelerándose. Pero hay un límite que ésta no hubiera podido atravesar; este es aquel en que la fuerza centrífuga ecuatorial equilibra á la gravedad; todo lo que existe más allá deja de pertenecer á esta atmós-

¹ Sobre este particular consúltense las Memorias de M. Hirn y del difunto Clerk Maxwell.

fera y debe circular planetariamente al rededor del Sol. Aquí no obstante me parece que se olvida una cosa, y es que si el globo central se contrae poco á poco por el enfriamiento, sucederá lo mismo con la atmósfera; de consiguiente nada prueba que se contraerá lo bastante por no dejar alcanzar el límite ántes citado. Sería suficiente que un aumento de 1 milésimo en la velocidad de rotacion del globo central correspondiera á una contraccion de $1\frac{1}{2}$ milésima en el radio de la atmósfera para que ésta no dejara jamás perder nada y no diese nunca lugar á la formacion de un planeta.

Los estudios modernos han rechazado esta concepcion; para nosotros, la masa del Sol está en el estado de fluidez más ó ménos completa en toda su extension; no hay otro sol sólido ó líquido que el que marca el principio de una atmósfera. Lo que se llama fotosfera es solamente la region en la cual la disminucion progresiva de la temperatura interna permite á ciertos vapores condensarse pasajeraamente formando una zona movable de nubes incandescentes. Si en otro tiempo el Sol se ha extendido más léjos, su masa entera se ha dilatado, contrayéndose por completo bajo la influencia del enfriamiento.

Para saber si en esta concepcion el Sol ha podido abandonar una pequeña parte de su masa bajo la influencia del enfriamiento y de la aceleracion que ha debido resultar en su movimiento de rotacion, se deberia conocer, en estas diferentes edades, la ley segun la cual la densidad ha variado del centro á la superficie; nosotros no conocemos esta ley, pero podemos representarla algébricamente por medio de una expresion que contenga parámetros arbitrarios tales, que se obtengan á voluntad los géneros de decrecimiento más variados del centro á la superficie.

Sean D la densidad central, R el radio del ecuador solar, r la distancia de un punto cualquiera al centro, n un número positivo completamente arbitrario, α una fraccion muy pequeña. Escribiendo

$$(1) \quad D \left[1 - (1 - \alpha) \sqrt[n]{\frac{r}{R}} \right],$$

tendremos una densidad final muy pequeña y al mismo tiempo un decrecimiento de las densidades tan rápido como se quiera del centro á la superficie, puesto que n puede variar de cero al infinito y α ser reemplazado por cero ¹. Integrando de $r=0$ á $r=R$ la diferencial

$$(2) \quad 4 \pi r^2 dr \times D \left[1 - (1 - \alpha) \sqrt[n]{\frac{r}{R}} \right],$$

se tendrá para la masa del Sol

$$(3) \quad M = \frac{4}{3} \pi R^3 D \frac{1 + 3 \alpha n}{1 + 3 n}.$$

La densidad media $D \frac{1 + 3 \alpha n}{1 + 3 n}$ puede pues, resultar tan pequeña como se quiera con relacion á la densidad central.

El momento de inercia I se obtendrá integrando de 0 á R la misma expresion diferencial multiplicada por $\frac{2}{3} r^2$, lo que da

¹ Esta ley es análoga á la que M. Roche ha sustituido con éxito completo, para el globo terrestre, á la de Legendre y de Laplace. *Essai sur l'origine du système solaire.*

$$I = \frac{8}{15} \pi R^3 D \frac{1+5 \alpha n}{1+5 n}.$$

Por consiguiente, no perdiendo el Sol nada de su masa, tendremos designando por ω la velocidad de rotación,

$$(4) \quad \frac{8}{15} \pi R^3 D \frac{1+5 \alpha n}{1+5 n} \omega = \text{const.}$$

Representemos esta constante por p , y eliminemos D entre las ecuaciones (3) y (4); poniendo para abreviar,

$$\beta = \frac{2}{5} \cdot \frac{1+5 \alpha n}{1+5 n} \cdot \frac{1+3 \alpha n}{1+3 n},$$

resultará

$$\beta R^2 \omega = \frac{P}{M}.$$

Se tendrá pues para la fuerza centrífuga á la distancia R ,

$$(5) \quad \omega^2 R = \frac{p^2}{M^2 \beta^2} \frac{1}{R^3}.$$

Si no se admite la idea de planetas formados á expensas del Sol, tendremos p aplicando la ecuación (5) al estado actual, para lo cual acentuaremos todas las letras, excepto p , que se relacionan á dicho estado. Hoy se encuentra que la relación de la fuerza centrífuga ecuatorial $\omega'^2 R'$ á la gravedad $\frac{fM}{R'^2}$ es la de 1 á 28000¹. Se tendrá pues

$$(6) \quad \frac{p^2}{M^2 \beta'^2} \frac{1}{R'^3} = \frac{1}{28000} \frac{fM}{R'^2}.$$

Ahora sólo falta eliminar la constante p entre (5) y (6), lo que da para toda época,

$$\frac{\text{fuerza centrífuga}}{\text{atracción}} = \frac{1}{28000} \frac{\beta'^2}{\beta^2} \frac{R'}{R}.$$

Basta fijarse en el coeficiente $\frac{\beta'^2}{\beta^2}$ para ver que estará siempre comprendido entre muy estrechos límites cualquiera que sea el valor arbitrario que se dé á n . Resulta pues que un Sol así constituido, aproximándose mucho más á nuestras ideas modernas que el de Laplace, no habría abandonado jamás la menor partícula de su masa, contrayéndose hasta llegar al estado actual.

CRÓNICA DE FÍSICA.

BUIGNET.—*Areómetro para la densidad de los cuerpos sólidos.*—En el estudio de los minerales, por ejemplo, sucede con frecuencia que se tiene necesidad de obtener rápidamente la densidad de un ejemplar en cuyo caso el areómetro de Nicholson puede dar este resultado si nos es suficiente una aproximación bastante escasa.

Hagamos más grueso y largo el eje que acompaña al cilindro; marquemos cero, en el punto á donde llega el instrumento vacío en el agua hacia el origen del eje; n , el vértice en cuyo punto llega bajo la carga de n gramos, y

¹ Tomando el radio del Sol un poco inferior á la distancia perihelia del cometa de 1843.

dividamos el intervalo en centímetros cúbicos y submúltiplos buscando luego con este instrumento la densidad de un mineral.

Introduzcamos el aparato en el agua; su nivel marcará cero, colocando el cuerpo sobre el platillo superior, el eje se inmerge hasta P; depositemos ahora el cuerpo en la copela inferior y vuélvase á colocar en el agua; el punto de nivel es P'; luego $\frac{P}{P-P'}$ es la densidad del cuerpo.

Con este aparato no se necesitan tanteos; se hace en un instante una operacion que por lo general dura más de media hora; son innecesarios otros pesos y accesorios, y sobre todo la sensibilidad se puede hacer variar segun los casos, pues depende únicamente del calibre de la varilla.

H. KAYSER.—*Ueber den Einfluss der Temperatur auf Stimmgabeln.*—*Influencia de la temperatura en los diapasones.*—El número de vibraciones de un diapason es una funcion lineal de la temperatura entre 0° y 30°. La influencia de la temperatura es tanto mayor cuanto más elevado es el tono del diapason; el cambio de tono es á corta diferencia proporcional á la raíz cuadrada del número de vibraciones. La elasticidad del acero aumenta con la temperatura entre 0° y 30°.

H.-P. WIEBE.—*Die Wärme mechanische Beziehung zwischen dem Siedepunkt und dem Schmelzpunkt der starren Elemente.*—*Relacion deducida de la teoria mecánica del calor entre los puntos de fusion y de ebullicion de los cuerpos sólidos.*—El autor indica una relacion entre el coeficiente de dilatacion absoluta de un cuerpo y la cantidad necesaria de calor para calentar, bajo presion constante, un volúmen constante de este cuerpo de su punto de fusion á su punto de ebullicion. Esta relacion es

$$\frac{d}{a\alpha}: dc(s-\sigma)=2; \text{ en la cual}$$

d , es la densidad, a el peso atómico, α el coeficiente de dilatacion cúbica, c el calor específico, s el punto de ebullicion, σ el punto de fusion; esta relacion es para el

Azufre.	2,05	Fósforo.	2,04
Selenio.	2,02	Mercurio.	2,02

El autor no da otros ejemplos á causa de la incertidumbre del valor de los coeficientes de dilatacion de otros cuerpos.

STAMO, SRTA.—*Untersuchung über die spezifische Wärme des Wassers.*—*Calor específico del agua.*—En la primera série de experiencias se ha hecho llegar el agua contenida en un vaso de cobre calentado poco á poco en un baño de aceite, á un calorímetro de laton lleno hasta 0^m,01 del borde del mismo. A causa de la conductibilidad del cobre no se agita el líquido; el autor ha determinado de antemano, con la exactitud posible, el calor específico de este metal con relacion al del agua á la temperatura ordinaria. El agua se calentaba entre 60° y 80°; la media del coeficiente de variacion de su calor específico es $\alpha=0,0012550$.

En la segunda série de experimentos se ha hecho pasar una misma corriente por alambres de platino de 3^m de largo arrollados sobre cuadrantes de caucho sumergidos en calorímetros llenos de agua envueltos el uno por hielo y el otro por agua á la temperatura constante t ; del calentamiento observado se deduce el calor específico á 0° y á t : se encuentra $\alpha=0,000859$, valor relativamente concordante con el anterior.

BISSCHOP.—*Motor de gas.*—Este aparato se compone de un cilindro vertical, por encima del que se encuentra el bastidor de guía en el cual sube y baja el extremo del pistón; el movimiento se trasmite al árbol del volante por medio de una biela. Cuando el pistón sube, aspira aire durante las cuatro décimas partes de su curso, y luego una mezcla formada de 95 p. 100 de aire y 5 p. 100 de gas hidrógeno carbonado, en cuyo momento tiene lugar la in-

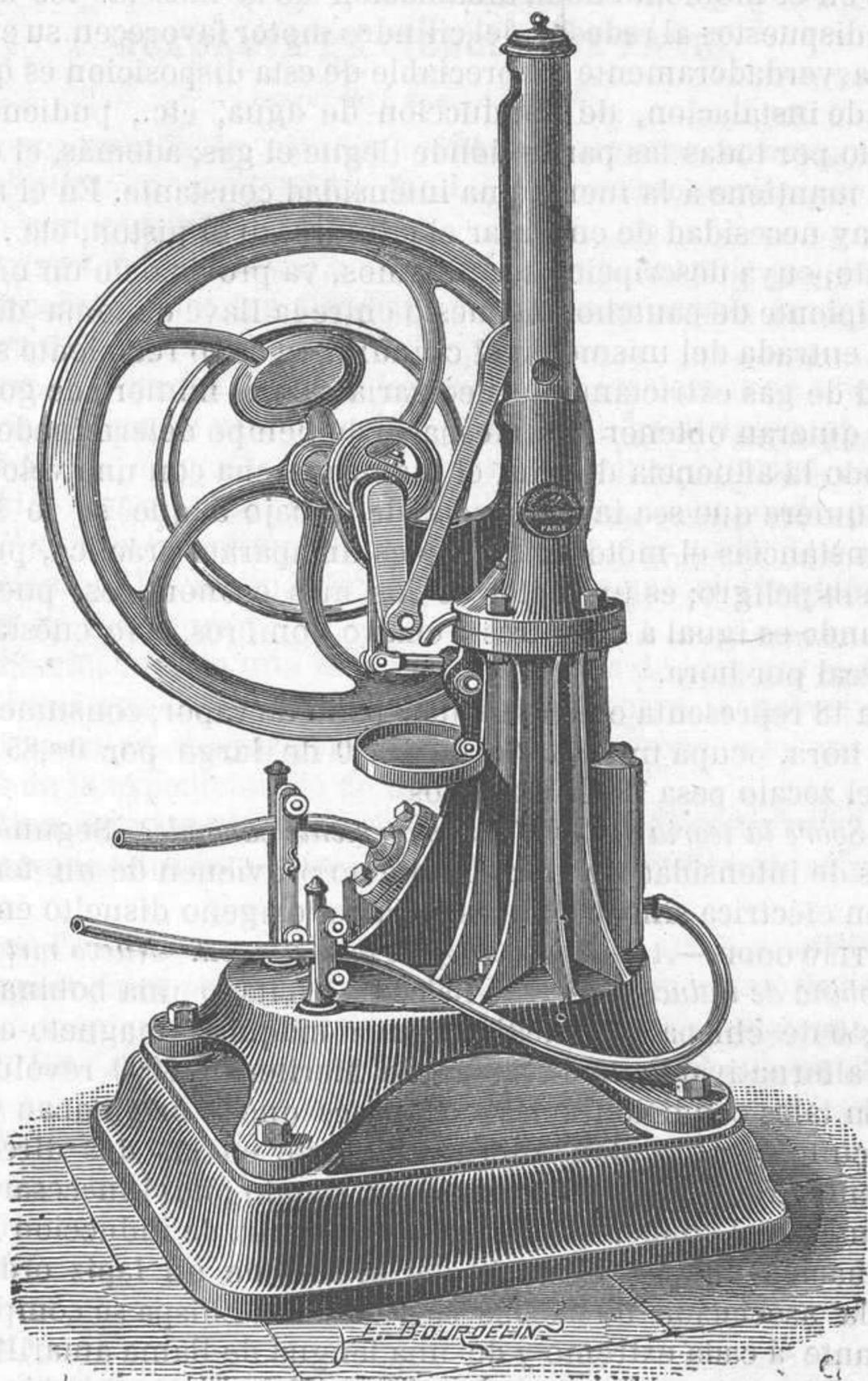


Fig. 18.—MOTOR DE GAS BISCHOP.

flamación por un mechero de gas encendido; como se produce la expansión, el pistón se eleva hasta el vértice del cilindro, y se determina su descenso por la fuerza viva del volante. De este modo, el movimiento completo se descompone en una aspiración de aire, un retroceso del pistón motor y el descenso del mismo, produciendo así un movimiento sensiblemente uniforme.

Como en todas las máquinas motrices, el movimiento de la biela del pis-

ton obra sobre una manivela, para hacer girar el árbol motor sobre el cual están montados el volante y la polea de la correa motriz. El conjunto del aparato es tan sencillo como sólido, la marcha es regular, la introducción del gas, como su inflamación, es rápida, cierta, y no sólo no es fácil una interrupción debida á la falta de afluencia del gas en el cilindro motor ó á la de su inflamación, sino que ni hay necesidad de agua para condensar el vapor producido en el momento de la inflamación de la mezcla: los apéndices de fundición dispuestos al rededor del cilindro motor favorecen su enfriamiento. La ventaja verdaderamente inapreciable de esta disposición es que suprime los gastos de instalación, de conducción de agua, etc., pudiendo emplear este aparato por todas las partes donde llegue el gas; además, el enfriamiento regular mantiene á la fuerza una intensidad constante. En el motor Bisschop no hay necesidad de engrasar el cilindro, ni el piston, etc., etc.

El aparato, cuya descripción terminamos, va provisto de un moderador, ó sea un recipiente de caucho, dispuesto entre la llave de toma del gas y el orificio de entrada del mismo en el cilindro, en cuyo recipiente se almacena la cantidad de gas estrictamente necesaria para el número de golpes de piston que se quieran obtener en un espacio de tiempo determinado. Regulada de este modo la afluencia del gas, el motor marcha con una velocidad constante, cualquiera que sea la diferencia de trabajo á que se le someta; por estas circunstancias el motor Bisschop es un aparato práctico, pudiendo ser empleado sin peligro; es un motor de los más económicos, puesto que su fuerza, cuando es igual á la de tres ó cuatro hombres, sólo cuesta en varios casos, un real por hora.

La figura 18 representa el tipo de un caballo de vapor; consume 1,850 litros de gas por hora, ocupa un espacio de 1^m,30 de largo por 0^m,85 de ancho; junto con el zócalo pesa 780 kilogramos.

EXNER.—*Sobre la teoría de las pilas de corriente variable.*—Segun el autor las variaciones de intensidad de la corriente no provienen de un fenómeno de polarización eléctrica sino de la presencia del oxígeno disuelto en el agua.

W. SPOTTISWOODE.—*A mode of exciting an induction-coil.*—*Nuevo método para excitar una bobina de inducción.*—Este físico ha excitado una bobina de inducción de 0^m,50 de chispa, por medio de una máquina magneto-eléctrica de corrientes alternativamente inversas de Meritens (13000 revoluciones por minuto). En tales condiciones las corrientes que se originaban al cerrar y abrir el circuito se presentan alternativamente en las dos direcciones; el propio sistema produce las interrupciones, siendo pues innecesario el interruptor y también el condensador. La citada bobina de inducción ha dado en esta combinación chispas de 0^m,18 del grueso de un lápiz ordinario. En virtud de la asociación de las dos corrientes la chispa se compone de un punto brillante á cada extremo y de una lengua de llama amarilla como se la ve habitualmente con las grandes chispas de una gran bobina. Propiamente hablando, no hay chispa cuando las llamas pasan libremente; pero si se las sopla de lado se ve un hilo brillante entre los dos electrodos pareciéndose estas chispas á las que da la gran bobina de inducción del mismo autor, la que describiremos otro día, excitada por una fuerte pila, pero en este caso se obtienen con una continuidad extraordinaria y se presentan como un torrente de llama. Por último, en los tubos de Geissler se obtienen magníficos efectos de estratificaciones perfectamente fijas.

EDER.—*Nuevo fotómetro químico propio para medir la intensidad de los rayos*

ultra-violados de la luz solar.—Se disuelve separadamente en 1 litro de agua 40^{gr.} de oxalato de amoníaco y 50^{gr.} de sublimado corrosivo; se mezclan 2^{vol.} de la primera solución y 1^{vol.} de la segunda. Expuesto al sol este líquido, se enturbia al momento y da un precipitado negro. El peso de este precipitado por centímetro cuadrado de superficie expuesto á la luz da la medida de su intensidad.

~~~~~

### ACADEMIA DE CIENCIAS DE PARIS.

Sesion del 5 de abril de 1880.

M. HERMITE continúa su estudio relativo á algunas aplicaciones de las funciones elípticas, presentándose tambien otras memorias sobre análisis matemático y mecánica.

MM. H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE y L. TROOST se ocupan de la determinacion de altas temperaturas, y dan algunas indicaciones acerca las temperaturas de ebullicion del cadmio y del zinc.

M. BERTHELOT trata del calor de formacion de los óxidos de nitrógeno.

M. FAYE da cuenta de una comunicacion que le ha dirigido el capitán de fragata Reveillère, comandante de la *Dives*, en la cual describe el ciclón del 24 enero último, observado en la Nueva-Caledonia, deduciendo de aquellos datos lo que ha repetido diferentes veces, esto es, que en las tempestades ha observado siempre las mismas leyes geométricas que ciertos teóricos se esfuerzan aún en desfigurar.

M. NORDENSKJÖLD envia una nota en la que trata de los puntos del Océano ártico de Siberia que ofrecen mayores obstáculos para la navegacion, cuyo trabajo está ya en su mayor parte descrito en la reseña que en otro lugar publicamos de la expedicion de dicho viajero.

Se presentan algunas memorias sobre meteorología concernientes á fenómenos observados durante el invierno de 1879-80 en Clermont y en Puy-de-Dôme.

MM. W. DE FONVIELLE y D. LONTIN estudian los movimientos giratorios continuos producidos por una máquina de induccion rotatoria, describiendo un nuevo torniquete eléctrico que presenta una disposicion particular é interesante. Este aparato está formado por un marco de galvanómetro en el interior del cual está suspendida, como la aguja de una brújula, una lámina de hierro que puede tener diferentes formas y que se adapta á un disco de cobre destinado á formar volante. Encima de este marco galvanométrico se coloca verticalmente un iman en herradura dispuesto de manera que sus dos polos obren, á las dos extremidades del cuadro, sobre la lámina magnética comunicándole cierta polaridad. En este caso puede ser movido fácilmente para cambiar sus polos de lugar.

Si se hace comunicar el alambre de este galvanómetro con el circuito de una pila cuya corriente sea interrumpida ó con la hélice secundaria de una bobina de induccion, en la cual tenga el alambre el mismo diámetro y casi la misma resistencia que el del galvanómetro, y que se haga pasar á través de la hélice primaria la corriente de una pila interceptada por un interruptor electro-magnético—el de la bobina— se ve inmediatamente la lámina de hierro y el disco que entran en movimiento de rotacion, y el sentido de este movimiento depende del sentido de la corriente inducida y de la posicion de los polos del iman; de suerte que se puede hacer cambiar el sentido

invirtiendo los polos del iman y cambiando el sentido de la corriente en la bobina. Estos efectos se explican fácilmente sin necesidad de hacer intervenir ningun nuevo principio.

M. MORISOT estudia el calor específico y la conductibilidad de los cuerpos, presentándose otros trabajos sobre termoquímica, química orgánica, anatomía patológica y mineralogía.

Sesion del 12 de abril de 1880.

M. E. STEPHAN da cuenta de las nebulosas descubiertas y observadas en el Observatorio de Marsella.

M. BERTHELOT estudia la medida del calor de formacion de los compuestos que forman los cuerpos halógenos, ya entre sí, ya con sus sales alcalinas, con el objeto de conocer los desplazamientos recíprocos de estos elementos. Sus numerosas experiencias le han conducido á observar la analogía que existe entre los poliyoduros y polibromuros y los polisulfuros y peróxidos alcalinos. La aptitud de acumular varios equivalentes de un mismo elemento en una misma série de combinaciones formadas en proporciones múltiples, no tiene nada que caracterice al oxígeno ó al azufre con preferencia á los elementos halógenos; aún más, muchas veces existe completo paralelismo entre la série de los derivados oxigenados ó sulfurados de un mismo metal y la série de los clorurados, bromurados ó yodurados de este metal ya que todos ellos están en relacion con el peso equivalente de aquel. Estas analogías son ciertas, puesto que lo manifiesta la notacion equivalente que ha obtenido; no sucediendo así con la notacion atómica que tiende á ocultarlas, dificultando la comprension de la ley de las proporciones múltiples.

M. E. H. AMAGAT presenta una nota sobre la deformacion de los tubos de vidrio bajo fuertes presiones.

M. ADER se ocupa de algunos nuevos experimentos que ha practicado sobre atracciones magnéticas. De todos los cuerpos que ha empleado, tales como la madera, el papel, etc., la médula de sauco parece ser la que posee en más alto grado la propiedad de ser atraída por el iman. El fenómeno se observa ya con los imanes ordinarios cuando se hacen obrar sobre esta sustancia sus dos polos aproximados; pero con imanes poderosos el efecto toma grandes proporciones; de manera que con un iman Jamin capaz de sostener un peso de 100<sup>ks</sup> y provisto de dos pequeñas armaduras polares separadas una de otra por un intervalo de 0<sup>m</sup>,002, el autor ha podido atraer á una distancia de 0<sup>m</sup>,03 una esfera de médula de sauco de 0<sup>m</sup>,005 de diámetro, suspendida de un hilo; asimismo ha podido levantarla á una distancia de 0<sup>m</sup>,004, y una vez atraída ha quedado pegada al iman á pesar de las sacudidas que se le imprimian. Con el papel y otras materias ligeras el efecto es mucho más débil y se manifiesta tan sólo cuando se hace obrar el iman sobre estos cuerpos suspendidos. En todos estos experimentos los efectos son infinitamente más enérgicos cuando el iman obra con sus dos polos provistos de piezas de hierro, casi en contacto, que cuando se hace obrar directamente.

M. F. M. RAOULT trata del punto de congelacion de los licores alcohólicos. Para las disoluciones que contienen de 0<sup>gr</sup> á 10<sup>gr</sup> de alcohol por 100<sup>gr</sup> de agua, el retardo del punto de congelacion que resulta de la adicion de 1<sup>gr</sup> de alcohol es constante é igual á 0<sup>o</sup>,377. Además, la disminucion de temperatura bajo 0<sup>o</sup> del punto de congelacion es proporcional al peso total de alcohol disuelto en un peso de agua constante. El alcohol obra, pues, en este caso como

las sales anhidras, y debe deducirse de ello que existe en estas mezclas al estado anhidro y no al hidratado.

Para las disoluciones que contienen de 24<sup>gr</sup> á 51<sup>gr</sup> de alcohol mezclados con 100<sup>gr</sup> de agua, el retardo del punto de congelacion debido á la adicion de cada gramo de alcohol es constante é igual á 0°,528; en cuanto al descenso total debajo de 0°, no es ya proporcional al peso del alcohol. Esta circunstancia indica que el cuerpo disuelto, en vez de ser alcohol anhidro, es un hidrato de alcohol, por lo ménos á las temperaturas comprendidas entre—10° y—24°. Aplicando á los datos experimentales los métodos de cálculo indicados por Rüdorff, se encuentra que este hidrato contiene exactamente 2<sup>eq</sup> de agua y que corresponde á la fórmula  $C^4H^6O^2+2HO$ .

Los licores fermentados se congelan siempre á una temperatura un poco menor que las mezclas de alcohol y de agua en iguales proporciones; la diferencia es tanto mayor cuanto más aumenta la del alcohol; esta diferencia es próximamente de  $\frac{1}{10}$  de grado centígrado por grado centesimal de alcohol. Estando formada de agua pura la parte que se congela en estas mezclas, la que queda líquida es más rica en alcohol que el licor primitivo. Así pues, el punto de congelacion va bajando á medida que la congelacion aumenta de tal suerte, que corresponde dicho punto en cada instante á la riqueza en alcohol de la parte líquida.

M. P. HAUTEFEUILLE presenta una nota sobre los nuevos silicotitanatos de sosa obtenidos por medio de la reaccion al rojo oscuro de 2<sup>eq</sup> de sílice y de un tungstato de sosa que se ha mantenido previamente al rojo vivo con los elementos de 1<sup>eq</sup> de titanato de sosa. El primero,  $4 Si O^2, 5 Ti O^2, 2 NaO$  se presenta en nódulos erizados de puntas cristalinas, formados de fibras radiadas ó bien en prismas muy aplanados, finamente acanalados y reunidos en haces; las facetas de los prismas y las secciones de los nódulos poseen un brillo sedoso. Estos cristales son siempre hialinos y muy birefringentes; rayan el vidrio pero son en extremo frágiles, y resisten á los ácidos que atacan al silicotitanato cálcico natural. De la composicion que resulta del análisis practicado se deduce que las cantidades de oxígeno de los elementos sosa, ácido titánico y sílice están entre sí en la relacion 1 : 5 : 4.—El segundo silicotitanato,  $3 Si O^2, 2 Ti O^2, NaO$  tiene un aspecto distinto del precedente. Los cristales de esta especie son prismas incoloros, transparentes y muy refringentes, aislados ó reunidos constituyendo incrustaciones; su forma primitiva es un prisma ortorómbico casi cuadrático. Estos cristales son difíciles de atacar, aún por el bisulfato de potasa fundido. Segun el análisis practicado tratando los citados cristales por el ácido fluorhídrico, puede deducirse que las cantidades de oxígeno de los elementos ácido titánico y sílice están relacionadas entre sí como 1 : 4 : 6. Los cristales de estas especies, calentados sobre una lámina de platino en el dardo oxidante del soplete, se funden inmediatamente dando una gota vítrea, límpida é incolora; carácter importante, por cuanto les distingue de los silicatos naturales, con los que pudieran confundírseles. Los silicotitanatos cristalizados calentados á una temperatura inferior á la de su fusion son muy estables, pero una vez fundidos pierden su vitrificacion con notable rapidez, trasformándose entónces en una venturina de rutilo acicular que se destruye cuando se la calienta al rojo vivo; en efecto, á esta temperatura el silicato alcalino ataca al ácido titánico cristalizado, produciendo un vidrio límpido susceptible de desvitrificarse de nuevo á una temperatura conveniente.

M. A. HOUZEAU, ocupándose del ensayo de las piritas por el método gravimétrico, dice que así como por el método de las pesadas se necesitan algunos días para dosar exactamente el azufre contenido en una pirita, se obtiene muy rápidamente este resultado por el método gravivolumétrico, puesto que lo mismo que para el análisis de las aguas selenitosas; una vez efectuada la solución de pirita, es posible verificar dos dosados de sulfato, en menos de treinta minutos.

MM. E. DUVILIER Y A. BUISINE, en una nota sobre la formación del nitrato de tetrametilamonio obtenido por ellos, dicen que es una sal que se presenta en grandes láminas, no deliquescente, muy soluble en el agua, poco soluble en el alcohol. Tratando una solución acuosa concentrada de esta sal por el cloruro de platino en exceso después de la adición del ácido clorhídrico, se forma inmediatamente un precipitado amarillo cristalino poco soluble en el agua. Por enfriamiento después de redisuelta en agua hirviendo, se deposita en hermosos cristales octaédricos regulares de un rojo anaranjado, parecidos á los del cloroplatinato de tetrametilamonio descrito por Hoffmann.

M. A. LADENBURG presenta una nota sobre los alcaloides naturales y mi-driáticos de la Belladona, de la Datura, del Hiosciammo y de la Duboisia, M. H. PELLET otra sobre la existencia del amoníaco en los vegetales, y MM. CH. RICHEL Y MOURRUT otra sobre algunos hechos referentes á la digestión gástrica de los peces.

M. ROGALSKI ha practicado dos análisis de la clorofila del *Lolium perenne*, obtenida por medio del alcohol convenientemente diluido.

| PRIMER ANÁLISIS.          | Por ciento.                                                                                                                                   | SEGUNDO ANÁLISIS.         | Por ciento.                                                                                                                                               |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.º Sustitución orgánica. | $\left. \begin{array}{l} \text{C.} \quad 73,199820 \\ \text{H.} \quad 10,5 \\ \text{N.} \quad 4,14 \\ \text{O.} \quad x \end{array} \right\}$ | 1.º Sustitución orgánica. | $\left. \begin{array}{l} \text{C.} \quad 72,830264 \\ \text{H.} \quad 10,254978 \\ \text{N.} \quad 4,14 \\ \text{O.} \quad \text{»} \end{array} \right\}$ |
| 2.º Cenizas (Ca).         | 1,674                                                                                                                                         | 2.º Cenizas.              | 1,639.                                                                                                                                                    |

Los resultados que preceden destruirán probablemente las dudas de M. A. Gautier respecto de las diferencias entre la clorofila de las monocotiledóneas.

Sesión del 19 de abril de 1880

M. BERTHELOT se ocupa de los desplazamientos recíprocos entre los elementos halógenos, deduciendo de sus observaciones: 1.º Que la sustitución inversa del bromo con el cloro y del yodo con el bromo sería posible *á priori* en los casos en que el calor desprendido por la formación de los compuestos secundarios excediese al calor absorbido por la sustitución directa; entonces se verificaría según ciertas relaciones reguladas por el grado de disociación de los compuestos secundarios. 2.º Esta sustitución sería asimismo posible si se elevara la temperatura hasta el grado en que los cloruros, bromuros, yoduros metálicos se disocian, porque entonces el elemento halógeno puesto en oposición obraría en realidad sobre una porción de metal libre: el elemento antagonista, suponiendo momentánea su existencia, no estaría presente en el instante del enfriamiento para reproducir su combinación primitiva. 3.º Esta sustitución no se verifica de hecho, ni entre el cloruro de potasio y el bromo, ni entre el bromuro de potasio y el yodo calentados á unos 400º, á lo menos cuando se evitan las influencias accesorias del aire, de la humedad y de los materiales del vidrio.

—El mismo químico, trata en otra nota de la estabilidad del agua oxigenada. Un licor que contenía 3<sup>gr.</sup>,85 de oxígeno por litro esto es, 8<sup>gr.</sup>,18 de agua oxigenada y 0<sup>gr.</sup>,15 de ácido sulfúrico (SO<sup>4</sup> H) abandonado en un frasco á una temperatura comprendida entre 10° y 15° ha ido perdiendo el oxígeno activo en tales términos que se ha podido establecer una relacion con el tiempo segun la fórmula  $y$  (oxígeno activo) =  $-0,094t + 3,85$ , que se ha obtenido segun las observaciones verificadas durante el primer mes; pero á partir de este punto la reaccion ha ido siendo cada vez menor, de manera que el licor no hubiera aún perdido su oxígeno activo al cabo de dos años; sin embargo, despues de un tiempo mayor toda el agua oxigenada acaba por desaparecer. La descomposicion del agua oxigenada pura ó muy concentrada es, por el contrario, mucho más rápida de lo que pudiera indicar una simple proporcionalidad con el tiempo de la conservacion. La velocidad misma de la transformacion varía extraordinariamente con la presencia de sustancias extrañas contenidas en el licor. La temperatura acelera la descomposicion del agua oxigenada, advirtiendole que si el licor es muy diluido dicha descomposicion se verifica con más lentitud.

M. C. MARIGNAC, estudiando las tierras de la samarskita, dice que en ellas se encuentra la itria, que es el elemento principal, la terbina, una nueva tierra  $Y_{\alpha}$ , una pequeña cantidad de óxido de didimio, y de otra que si no es decipina pura está compuesta en gran parte por ella. La tierra  $Y_{\alpha}$  encontrada por el autor es soluble entre 100<sup>vol.</sup> y 150<sup>vol.</sup> de la solucion de sulfato de potasa; su color, de un amarillo anaranjado bastante pálido, solo es debido quizás á la presencia de una pequeña cantidad de terbina, que no se ha podido eliminar completamente. Las sales y las soluciones de esta base son incoloras, no presentan ningun espectro de absorcion, distinguiéndose tan sólo algunas trazas de las rayas de la decipina y del didimio. El máximum del equivalente de esta tierra es 120,5, prueba incontestable de su existencia como principio distinto de los dos grupos inmediatos. Su nitrato resiste más á la descomposicion por el calor que el de la terbina. Quizás sea esta tierra idéntica á la que se refiere M. Delafontaine y de la cual dice: «estoy examinando tambien otra base de la samarskita que parece muy próxima á la iterbina.»

M. E. OUSTALET presenta el resultado de sus observaciones sobre las Gallináceas Megápodos, diciendo que el número de especies admitidas por los ornitólogos modernos es demasiado considerable y que puede reducirse á unas veinte y cinco. El autor termina haciendo notar que hasta el presente no se ha encontrado en los terrenos terciarios de nuestras regiones el menor vestigio que pueda ser atribuido á un Peristerópodo, y mucho ménos á un Talegallo ó á un Megápodo, deduciendo de este resultado negativo que puede suponerse que en dicha época no existia ya en Europa este notable tipo y que estaba confinado en la region indo-australiana.

M. SCHABERLE remite un despacho telegráfico de la *Smithsonian Institution* en que da cuenta del descubrimiento de un cometa, verificado en Washington el 6 de abril á las 11 de la noche.

|                          |                                |             |                                                                                         |
|--------------------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Ascension recta. . . . . | 7 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> | Movimientos | } (en ascension recta. — 30 <sup>m</sup><br>(en declinacion.. — 48'<br>Cola. . . . . 3' |
| Declinacion. . . . .     | + 84° 25'                      |             |                                                                                         |
|                          |                                |             |                                                                                         |

El almirante Mouchez presenta el resultado de las observaciones del cometa Schaberle verificadas en el Observatorio de Paris por MM. HENRY y M. BIGOURDAN. Segun MM. Henry el cometa es de pequeñas dimensiones,

con un núcleo bastante condensado y una débil cola de 3' ó 4' de longitud. M. Bigourdan dice que tiene un núcleo brillante, como una estrella de 11-12 magnitud y una cola bastante desplegada, de 3' de longitud próximamente.

M. E. BOURY ha medido las fuerzas electro-motrices desarrolladas cuando dos láminas metálicas de una misma naturaleza se sumergen en dos porciones de un mismo líquido, mantenidas á temperaturas diferentes. Examina el caso de un metal y de una sal del mismo elemento disuelta en agua, y toma por tipo el cobre y el sulfato de cobre. La fuerza termo-eléctrica, es, en este caso, rigurosamente proporcional á la diferencia de temperatura de las dos láminas, y no varía sensiblemente con el grado de disolucion de la sal; su valor medio por 1° es de 0<sup>Da</sup>,000688; debiendo advertir que el cobre caliente, polo positivo, está al exterior. Las sales de otros metales han dado tambien idénticos resultados. Cuando el metal frio está al exterior, polo positivo, los resultados obtenidos no han presentado la misma regularidad; los metales que gozan de esta propiedad son á menudo atacados por el líquido que los baña, y entónces puede decirse que el electrómetro que indica las fuerzas electro-motrices no se fija jamás; sus oscilaciones equivalen en ciertos casos á  $\frac{5}{1000}$  ó  $\frac{6}{1000}$  de Daniell, algunas veces á varias centésimas y las medidas son inciertas; en la mayor parte de los casos la variacion de la fuerza electro-motriz cesa de ser proporcional á la temperatura.

M. G. COUTTOLENC describe una bomba automática de mercurio.

M. H. MORIN presenta una nota sobre la *gelosa*, sustancia conocida comercialmente con el nombre de *musgo de la China*. Esta sustancia, al enfriarse, toma la consistencia de la gelatina y es incolora y diáfana; solidifica el agua pura en una proporcion de 500 veces su peso y en partes iguales con esta sustancia forma diez veces más de gelatina de la que pudiera formar la mejor de procedencia animal. Dicha sustancia, aunque de origen muy diferente que las gomas, presenta con las mismas una analogía bastante notable. Como ellas se trasforma en ácidos múcico y oxálico bajo la accion del ácido nítrico; tiene tambien la propiedad de desviar hácia la izquierda los rayos de la luz polarizada, y esta desviacion, bajo la influencia de los ácidos y del calor, se convierte en dextrogira, pero sólo en una cantidad igual, miéntras que en las mismas condiciones la rotacion dextrogira de las gomas es dos veces mayor.

M. E. J. MAUMENÉ ha encontrado en dos ejemplares de carbonato de amoníaco casi idénticos, propiedades bastante diferentes para que se admita, sin dar lugar á duda, una estructura molecular muy diversa en cada uno de ellos, presentando una composicion comprendida entre los límites observados por M. Deville.

M. H. PELLET se ocupa de la existencia del amoníaco en los vegetales y en la carne muscular.

M. TAYON, tratando de la variabilidad de las mamas en los Ovidos de los Bajos Cevennes, llega á la conclusion de que una seleccion prolongada y la manera como se ordeñan dichos animales han debido concurrir á la vez al aumento de las dos mamas y á provocar la aparicion de dos, cuatro y áun seis nuevas tetillas, lo que confirma el hecho expuesto por M. Darwin en su libro sobre las variaciones de los animales bajo la influencia de la domesticidad, de que en los Agaias, raza doméstica de *Ovis*, del pié del Himalaya, se han encontrado individuos con cuatro tetillas, hecho en extremo notable por cuanto establece el naturalista inglés que cuando un órgano ó una parte del

mismo comparados con los mismos órganos ó sus partes, se encuentran en número reducido en los grupos inmediatos, están generalmente poco sujetos á variar. M. Tayon concluye diciendo que pudiera obtenerse una variedad de ovejas con cuatro tetillas.

Los Sres. MONCORVO Y DA SYLVA ARANJO presentan una nota sobre el tratamiento de la elefantiasis de los Arabes por el empleo simultáneo de las corrientes continuas y de las corrientes intermitentes.

### CRÓNICA.

**Noticias de Atenas.**—Nuestro querido amigo y colaborador Th. de Helldreich, nos participa en sus últimas cartas que el pasado invierno, ha sido largo y riguroso como no se habia visto en la capital de Grecia; ha nevado tres veces, lo que sucede raramente. El profesor de Botánica, M. Ascherson, de Berlin, de regreso de su viaje por Egipto, ha visitado recientemente aquella capital. Segun noticias particulares de este profesor y algunas cartas escritas desde el Cairo por M. Schweinfurt, el invierno ha sido en aquel punto tambien extraordinario y ha helado varias veces, por cuyo motivo algunas plantas han sufrido y otras han sido en parte destruidas, como por ejemplo la caña de azúcar, la *Poinsettia pulcherrima*, la *Sida spinosa*, las Bananas, las *Ipomœa*, etc., etc., lo que constituye un fenómeno verdaderamente notable en aquel país.

Entre otros varios naturalistas que este invierno han visitado Atenas se cuenta el Dr. J. de Bedriaga, sábio Herpetólogo, que ha estado allí especialmente para explorar y estudiar los Reptiles y los Anfibios de las islas Cícladas.

**Regreso de Nordenskjöld á su país.**—Telégrama de Stokolmo del dia 27 de marzo: Los periódicos publican largos artículos en alabanza del profesor Nordenskjöld y de sus compañeros en la expedicion á los mares polares. El entusiasmo de que han sido objeto los marinos del *Vega* es indescriptible. A cada momento son aclamados por el pueblo. Jamás ejército victorioso fué objeto de más calurosas demostraciones que el *Vega*, anclado en este puerto, despues de su larga y sorprendente navegacion.

**La lluvia á voluntad.**—El general Ruggles, de los Estados-Unidos, propone un procedimiento para obtener la lluvia á voluntad. Consiste en una caja de madera sostenida por un globo aereostático, dentro de la cual se colocan cartuchos de dinamita, ó de otras materias muy enérgicas, produciendo la explosion de las mismas por medio de mechas ó de un alambre eléctrico. Segun el inventor, tendria lugar una alteracion en las nubes próximas al globo y aquellos generadores de lluvia deberian ceder su agua bajo la influencia del peso del aire. Humboldt y Piddington, han sostenido tambien que las erupciones volcánicas van acompañadas de violentos temporales y abundantes lluvias.

La seccion de agricultura del Senado americano hará estudiar por una comision especial esta ingeniosa idea, para poder proseguir los experimentos bajo el punto de vista científico y el de la aplicacion.

Por lo visto el general Ruggles quiere resolver el problema meteorológico por procedimientos bélicos.

**Caballo sin pelo.**—El ayudante de campo del general Kaufmann, gobernador general del Turkestan, ha hecho un regalo rarísimo al Jardin zoológico

de Moscou consistente en un caballo sin pelo. Los datos que sobre el origen de esos animales se han dado son muy vagos, pero no es probable que tales caballos formen una raza especial. El referido ejemplar, que es oriundo del Asia central, se distingue por la elegancia de las formas y por su piel de color rojo vivo de provista completamente de pelo. Esta circunstancia hace al animal bastante sensible al frío, por lo cual es preciso abrigoarle con cubierta de lana.

**Anuarios del Observatorio de Madrid.**—Gracias á la amabilidad del Excelentísimo Sr. D. Antonio Aguilar y Vela, Director de aquel observatorio, hemos recibido la colección completa de los Anuarios desde el año 1860

Agradecemos tan valioso obsequio y quedamos altamente reconocidos por esta prueba de deferencia.

«**Beiträge zur Landeskunde der Troas.**»—Con este título acaba de publicar en Berlin el sábio escritor M. Virchow, un estudio topográfico, hidrográfico y fisiográfico sobre Troya, cuya obra es del mayor interés para las personas científicas, especialmente para las que se interesan por Homero y la antigüedad clásica.

**Ferrocarril eléctrico.**—Se están activando los trabajos para establecer en Berlin un ferrocarril eléctrico; las columnas sobre las cuales circulará se elevarán 4<sup>m</sup>50 del nivel de las calles; los coches serán largos y estrechos, pudiendo llevar en su interior 10 viajeros y 4 en la plataforma. Se calcula que la velocidad que llevarán los trenes será de 36 kilómetros por hora, y la fuerza de la máquina que engendrará la electricidad será igual á 20 caballos de vapor.

**Obras recibidas en esta Redaccion.**—*Ueber Febris recurrens. Nach Beobachtungen auf dem Kriegsschauplatz in Bulgarien in den Jahren 1878 und 79, von Arthur Karstens.*—Dorpat 1880.

*Chemische Beiträge zur Pomologie, von Theodor Pfeil.*—Dorpat 1880.

*Biblioteca de D. Gregorio Estrada: Manual de Astronomía popular, por don Alberto Boch; El libro de la familia y Manual de Derecho administrativo popular, por D. Francisco Cañamaque.*—Madrid 1880.

—También hemos recibido los discursos que se pronunciaron en el solemne acto de la inauguración de la Escuela de artes y oficios de San Sebastian, y el Reglamento orgánico de la referida Escuela, cuya dirección confió el Municipio de aquella capital al distinguido Ingeniero industrial D. Nicolás de Bustinduy y Vergara.

**Nuevas publicaciones.**—*Boletín de la Exploradora, Asociación Euskara* para la exploración y civilización del Africa central. Esta importante revista, es el órgano oficial de dicha sociedad y publica en sus páginas los viajes que han practicado algunos de sus socios, entre ellos los de D. Manuel Iradier, y los proyectos de otros que se proponen realizar por su propia iniciativa.

Reciba la Asociación Euskara nuestra entusiasta felicitación por sus proyectos que deseáramos ver realizados y cuente siempre con el decidido apoyo que podamos prestarle.

**Manila 8 de Mayo de 1880!**—El primer telegrama que se expidió al inaugurarse el cable telegráfico de las islas Filipinas se recibió en Barcelona á las pocas horas y se publicó el mismo día.

EL DIRECTOR-GERENTE: R. Roig y Torres.